ТОМ 25, №2, 2025 eISSN 2687-1653
РЕЦЕНЗИРУЕМЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Механика / Mechanics

Машиностроение и машиноведение / Machine Buiding and Machine Science

Информатика, вычислительная техника и управление / Information Technology, Computer Science and Management



www.vestnik-donstu.ru
DOI 10.23947/2687-1653



Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Рецензируемый научно-практический журнал

eISSN 2687–1653

Издается с 2000 года

Периодичность – 4 выпуска в год

DOI: 10.23947/2687–1653

Учредитель и издатель — Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ), г. Ростов-на-Дону

Создан в целях информирования читательской аудитории о новейших достижениях и перспективах в области механики, машиностроения, информатики и вычислительной техники. Издание является форумом для сотрудничества российских и иностранных ученых, способствует сближению российского и мирового научно-информационного пространства.

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий (К2), в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин (технические науки)
1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела (технические, физико-математические науки)
1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы (технические науки)
1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)
2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки)
2.3.3 – Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)
2.3.5 – Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
2.3.7 – Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (технические, физико-математические науки)
2.3.8 – Информатика и информационные процессы (технические науки)
2.5.2 – Машиноведение (технические науки)
2.5.3 – Трение и износ в машинах (технические науки)
2.5.5 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
2.5.6 – Технология машиностроения (технические науки)
2.5.8 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
2.5.9 – Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды (технические науки)
2.5.10 – Гидравлические машины, вакуумная, компрессорная техника, гидро- и пневмосистемы (технические науки)

Регистрация	Выписка из реестра зарегистрированных средств массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Индексация и архивация	Scopus, РИНЦ (ядро), CyberLeninka, CrossRef, Dimensions, DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, Internet Archive, Google Scholar
Сайт	http://vestnik-donstu.ru
Адрес редакции	344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
E-mail	vestnik@donstu.ru
Телефон	+7 (863) 2–738–372
Дата выхода №2,2025 в свет	30.06.2025





Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Peer-reviewed scientific and practical journal

eISSN 2687–1653

Published since 2000

Periodicity – 4 issues per year

DOI: 10.23947/2687–1653

Founder and Publisher — Don State Technical University (DSTU), Rostov-on-Don, Russian Federation

The journal is aimed at informing the readership about the latest achievements and prospects in the field of mechanics, mechanical engineering, computer science and computer technology. The publication is a forum for cooperation between Russian and foreign scientists, it contributes to the convergence of the Russian and world scientific and information space.

The journal is included in the List of the leading peer-reviewed scientific publications (Higher Attestation Commission under the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation), where basic scientific results of dissertations for the degrees of Doctor and Candidate of Science in scientific specialties and their respective branches of science should be published.

The journal publishes articles in the following fields of science:

– Theoretical Mechanics, Dynamics of Machines (Engineering Sciences)
– Deformable Solid Mechanics (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Mechanics of Liquid, Gas and Plasma (Engineering Sciences)
– Mathematical Simulation, Numerical Methods and Program Systems (Engineering Sciences)
– System Analysis, Information Management and Processing, Statistics (Engineering Sciences)
– Automation and Control of Technological Processes and Productions (Engineering Sciences)
– Software and Mathematical Support of Machines, Complexes and Computer Networks (Engineering Sciences)
– Computer Modeling and Design Automation (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Computer Science and Information Processes (Engineering Sciences)
– Machine Science (Engineering Sciences)
– Machine Friction and Wear (Engineering Sciences)
– Technology and Equipment of Mechanical and Physicotechnical Processing (Engineering Sciences)
– Engineering Technology (Engineering Sciences)
– Welding, Allied Processes and Technologies (Engineering Sciences)
– Methods and Devices for Monitoring and Diagnostics of Materials, Products, Substances and the Natural Environment (Engineering Sciences)
– Hydraulic Machines, Vacuum, Compressor Equipment, Hydraulic and Pneumatic Systems (Engineering Sciences)

Registration	Extract from the Register of Registered Mass Media ЭЛ № ФС 77 – 78854 dated August 07, 2020, issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media
Indexing and Archiving	Scopus, RISC (core), CyberLeninka, CrossRef, Dimensions, DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, Internet Archive, Google Scholar
Website	http://vestnik-donstu.ru
Address of the Editorial Office	1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation
E-mail	vestnik@donstu.ru
Telephone	+7 (863) 2–738–372
Date of Publication No.2,2025	30.06.2025



Содержание

Contents

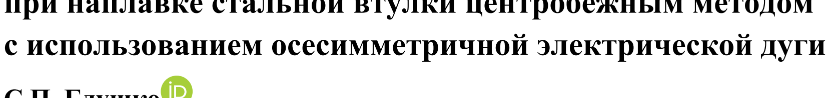
Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2025;25(2):83–90. eISSN 2687−1653

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793.182
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-83-90

Оригинальное теоретическое исследование

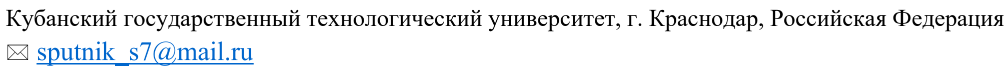


Аналитическое моделирование теплового источника при наплавке стальной втулки центробежным методом с использованием осесимметричной электрической дуги



EDN: PZSKEU


С.П. Глушко


Кубанский государственный технологический университет, г. Краснодар, Российская Федерация
✉ sputnik_s7@mail.ru

Аннотация

Введение. Технология центробежной биметаллизации с применением независимой осесимметричной электрической дуги становится всё более значимой ввиду высокой потребности в улучшении качества биметаллических композиций, используемых в производстве подшипников скольжения, гильз для цилиндров гидромашин и элементов пар трения в двигателях внутреннего сгорания. Имеющиеся исследования в этой области подчеркивают необходимость более глубокого изучения особенностей тепловых процессов, связанных с этой технологией. В современной научной литературе недостаточно полно раскрыты вопросы, касающиеся контроля температуры на границе раздела материалов, и имеющийся пробел в представлении о поведении биметаллических соединений в условиях нагрева тормозит внедрение этой технологии в промышленное производство. Цель данного исследования — проведение аналитического моделирования теплового источника в виде осесимметричной электрической дуги для определения коэффициента сосредоточенности тепла и снижения доли экспериментальных данных в модели теплового процесса, что позволит повысить ее универсальность. Задачи, вытекающие из поставленной цели, заключаются в сравнении результатов расчета эффективной плотности теплового потока по двум различным выражениям (с использованием тригонометрической и экспоненциальной функций), а также в оценке распределения теплового потока осесимметричной дуги по внутренней поверхности втулок (это необходимо для установления зависимости между температурой наружной поверхности наплавляемой втулки и температурой на границе раздела материалов).

Материалы и методы. Прямой контроль температуры на границе раздела материала основы и наплавляемого слоя является затруднительным, однако возможно осуществить косвенный контроль с помощью температуры наружной поверхности. Для определения зависимости между температурой наружной поверхности наплавляемой втулки (заготовки) и температурой на её внутренней поверхности, то есть на границе раздела материала основы и наплавляемого слоя, были проведены моделирование теплового источника и оценка распределения теплового потока осесимметричной электрической дуги по внутренней поверхности втулки.

Результаты исследования. В ходе работы получено аналитическое выражение для определения коэффициента сосредоточенности тепла, $k = 0{,}945 / R_1^2$, который необходим для расчёта параметров электрической дуги с учётом распределения эффективной тепловой мощности в пятне нагрева по экспоненциальной зависимости. Для моделирования теплового источника процесса наплавки (биметаллизации) внутренней поверхности стальных втулок с нагревом независимой осесимметричной электрической дугой были сравнены результаты расчета эффективной плотности теплового потока по двум выражениям: $q = q_0 \cdot cos^3\varphi$ и $q = q_0 \cdot e^{-k \cdot r_n^2}$. Это сравнение показало, что для расчетов температурных полей при наплавке внутренней поверхности стальных втулок (заготовок) металлическими сплавами с нагревом независимой осесимметричной дугой можно использовать аналитическую экспоненциальную форму представления теплового источника.

Обсуждение и заключение. Моделирование тепловых процессов центробежной биметаллизации с применением упрощенных схем равномерного распределения теплового потока $q = const$ на всей свободной поверхности наплавляемого слоя, что имитирует распространение тепла электрической дуги, требует введения корректирующих коэффициентов и проведения серии экспериментов для их определения. В этом случае в описании теплового процесса

в модели тепловых процессов высока доля экспериментальных данных и корректирующих коэффициентов. Поэтому для исключения большей части экспериментальных составляющих при моделировании теплового источника и распределения теплового потока процесса наплавки (биметаллизации) внутренней поверхности стальных втулок с нагревом независимой осесимметричной электрической дугой автором в данной работе предложено аналитическое решение для расчета эффективной плотности теплового потока в виде экспоненциальной функции, которая позволяет определить коэффициент сосредоточенности тепла независимой осесимметричной электрической дуги в процессе наплавки, который необходим для повышения точности расчета температурного поля биметаллизируемой втулки и улучшения контроля температуры тепловых параметров технологического процесса.

Ключевые слова: биметаллы**,** наплавка, электрическая дуга, центробежная биметаллизация, детали машин, износостойкое покрытие, антифрикционное покрытие, восстановление деталей, тепловой источник, расчет температуры, коэффициент сосредоточенности тепла, моделирование электрической дуги

Благодарности. Автор выражает благодарность редакционной коллегии журнала и рецензенту за профессиональный анализ статьи и рекомендации для ее корректировки.

Для цитирования. Глушко С.П. Аналитическое моделирование теплового источника при наплавке стальной втулки центробежным методом с использованием осесимметричной электрической дуги. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(2):83–90. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-83-90

Original Theoretical Research

Analytical Modeling of a Heat Source under Welding of a Steel Sleeve by the Centrifugal Method Using an Axisymmetric Electric Arc

Sergey P. Glushko
Kuban State Technological University, Krasnodar, Russian Federation
✉ sputnik_s7@mail.ru

Abstract

Introduction. The technology of centrifugal bimetallization using an independent axisymmetric electric arc is becoming increasingly important due to the high need to improve the quality of bimetallic compositions used in the manufacture of plain bearings, cylinder barrels for hydraulic units, and friction pair elements in internal combustion engines. The existing research in this area emphasizes the need for a more in-depth study of the features of thermal processes associated with this technology. In modern scientific literature, issues related to temperature control at the interface of materials are not fully disclosed, and the existing gap in the concept of the behavior of bimetallic compounds under heating conditions hinders the implementation of this technology in industrial production. The objective of this study is to conduct analytical modeling of a heat source in the form of an axisymmetric electric arc to determine the heat concentration coefficient and reduce the proportion of experimental data in the thermal process model, which will increase its versatility. The tasks arising from the stated goal are comparison of the results of calculating the effective heat flux density from two different expressions (using trigonometric and exponential functions), as well as evaluation of the distribution of the heat flux of an axisymmetric arc along the inner surface of the sleeves (this is required to establish the relationship between the temperature of the outer surface of the welded sleeve and the temperature at the interface between the materials).

Materials and Methods. Direct control of the temperature at the interface between the base material and the deposited layer is difficult, but it is possible to carry out indirect control using the temperature of the outer surface. To determine the relationship between the temperature of the outer surface of the deposited sleeve (billet) and the temperature on its inner surface, i.e., at the interface between the base material and the deposited layer, a heat source was modeled, the heat flux distribution of an axisymmetric electric arc along the inner surface of the sleeve was estimated, and an analytical expression was obtained to determine the heat concentration coefficient.

Results. In the course of the work, an analytical expression was obtained for determining the coefficient of heat concentration, $k = 0.945 / R_1^2$. It was required for calculating the electric arc parameters considering the distribution of the effective thermal power in the hot spot according to an exponential dependence. To simulate the heat source of the facing process (bimetallization) of the inner surface of steel sleeves with heating by an independent axisymmetric electric arc, the results of calculating the effective heat flux density were compared using two expressions: $q = q_0 \cdot cos^3\varphi$ and $q = q_0 \cdot e^{-k \cdot r_n^2}$. This comparison showed that for calculating temperature fields during facing of the inner surface of steel sleeves (billets) with metal alloys under heating by an independent axisymmetric arc, it was possible to use the analytical exponential form of representation of the heat source.

Discussion and Conclusion. Modeling thermal processes of the centrifugal bimetallization using simplified schemes of uniform distribution of heat flow $q = const$ on the entire free surface of the deposited layer, which simulates the spread of heat of an electric arc, requires the introduction of correction factors and a series of experiments to determine them.

In this case, the description of the thermal process in the thermal process model contains a high proportion of experimental data and correction factors. Therefore, in order to exclude most of the experimental components when modeling the heat source and heat flow distribution of the facing process (bimetallization) of the inner surface of steel sleeves under heating by an independent axisymmetric electric arc, the author in this paper proposes an analytical solution for calculating the effective heat flow density in the form of an exponential function. This function allows determining the heat concentration coefficient of an independent axisymmetric electric arc during the facing process, which is required to increase the accuracy of calculating the temperature field of the bimetallized sleeve and improve the temperature control of the thermal parameters of the technological process.

Keywords: bimetals, surfacing, electric arc, centrifugal bimetallization, machine parts, wear-resistant coating, antifriction coating, restoration of parts, heat source, temperature calculation, heat concentration coefficient, electric arc modeling

Acknowledgements. The author would like to thank the Editorial board of the Journal and the reviewers for their professional analysis and assistance in correcting the article.

For Citation. Glushko SP. Analytical Modeling of a Heat Source under Welding of a Steel Sleeve by the Centrifugal Method Using an Axisymmetric Electric Arc. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):83–90. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-83-90

Введение. В узлах и механизмах различного технологического оборудования используют подшипники скольжения, для изготовления которых применяют дорогостоящие антифрикционные и износостойкие сплавы из различных металлов [1]. Машиностроение также нуждается в деталях пар трения гильз двигателей внутреннего сгорания, передач винт-гайка скольжения [2], гильз для цилиндров гидромашин, работающих в условиях высокого давления в диапазоне 50–60 МПа [3]. Для улучшения эксплуатационных характеристик и снижения расхода дорогостоящих материалов целесообразно изготавливать эти детали из биметалла, в частности, из композиции сталь–бронза. Для получения биметаллических композиций можно использовать, к примеру, лазерное [4] или термическое напыление [5]. Но при этих технологиях напыления весьма затруднительно получать слои толщиной в 2–4 мм с припуском для черновой и чистовой обработки. Для наплавки слоев с достаточной для последующей обработки толщиной можно использовать порошковую наплавку по аддитивной технологии с применением энергии электронного или лазерного луча [6], для получения покрытий из износостойких сплавов возможно использование лазерной наплавки [7]. При производстве металлических композитов с металлической матрицей применяют лазерные аддитивные технологии [8]. Кроме того, используют селективную лазерную плавку (SLM) и электронно-лучевую плавку (EBM) — это новые технологии быстрого аддитивного производства [9], которые позволяют изготавливать сложные монолиты из металлов или сплавов путём направленной по CAD-модели селективной плавки порошковых слоёв. Но при наплавке внутренних поверхностей втулок с диаметрами 80–250 мм разместить внутри них узлы источников энергии или затруднительно, или невозможно.

Ввиду сложности технической реализации перечисленных технологий становится всё более значимым применение технологии центробежной биметаллизации с использованием независимой осесимметричной электрической дуги. В работе [10] описано моделирование теплового процесса центробежной биметаллизации внутренней поверхности втулок, где для расчета температурного поля биметаллизируемой втулки была принята упрощенная схема равномерного распределения теплового потока $q = const$ на всей свободной поверхности наплавляемого слоя, что имитирует распространение тепла электрической дуги, которая движется от торца к торцу наплавляемой втулки со скоростью v = 0,086 м/с (значение числа Пекле для этого случая допускает такую имитацию). Недостаток этой схемы заключается в том, что при её использовании требуется введение корректирующих коэффициентов и выполнение серии экспериментов для их определения. Модель в этом случае теряет универсальность, и увеличивается доля экспериментальных данных и корректирующих коэффициентов в описании теплового процесса.

Аналитическое моделирование плотности теплового потока электрической дуги, расчёт температуры материала в пятне нагрева дуги и описание температурного поля биметаллизируемой втулки (заготовки) позволят решить стоящую перед автором задачу — уменьшить долю экспериментально полученных данных в модели, повысить точность расчета температурного поля биметаллизируемой втулки и усилить контроль за температурой технологического процесса.

Для оценки распределения теплового потока процесса биметаллизации втулок и исключения большей части экспериментально полученных данных необходимо предпринять следующие действия:

– сравнить результаты расчета эффективной плотности теплового потока с тригонометрической функцией и экспоненциальной функцией;

– выявить возможность представления теплового источника при наплавке внутренних поверхностей стальных втулок по предлагаемой технологии с помощью экспоненциальной формы для определения коэффициента сосредоточенности тепла независимой осесимметричной электрической дуги в процессе наплавки.

Материалы и методы. В данной работе исследована технология центробежной биметаллизации с применением независимой осесимметричной электрической дуги, схема которой представлена на рис. 1.

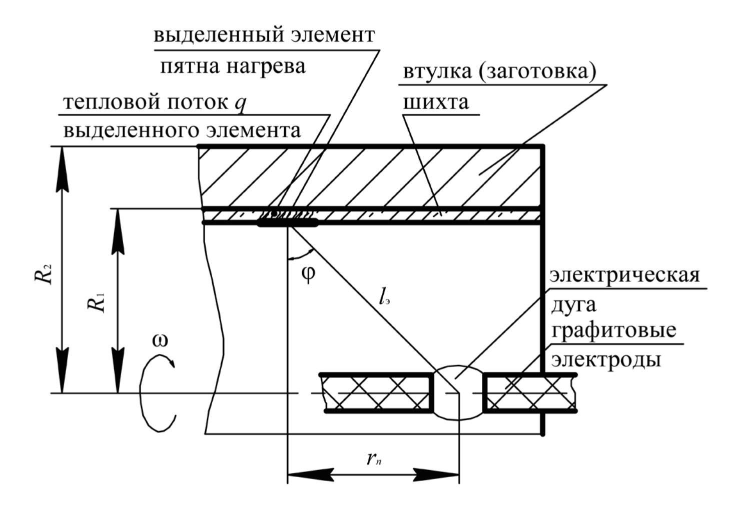


Рис. 1. Схема наплавки внутренней поверхности стальной втулки (заготовки) центробежным способом с нагревом независимой осесимметричной электрической дугой

Производство биметаллических втулок (заготовок) с нагревом независимой электрической дугой обеспечивает высокое качество наплавляемого слоя и биметаллической композиции, если налажен корректный контроль температуры на границе раздела наплавляемого слоя и стальной основы — на внутреннем диаметре втулки R_1. В промышленных условиях прямой контроль температуры в зоне диффузии реализовать затруднительно, но возможен её косвенный контроль по температуре наружной поверхности стальной основы на диаметре R_2 при наличии математической модели, связывающей температуру наружной поверхности наплавляемой заготовки (втулки) на диаметре R_2 и температуру её внутренней поверхности на диаметре R_1 [10]. Для решения этой задачи необходимо использовать теорию теплопереноса [11]. Кроме того, нужны исходные данные, в том числе корректное представление теплового источника [12] при расчете температурных режимов электродуговых процессов [10], к примеру, биметаллизируемых втулок с нагревом независимой осесимметричной электрической дугой.

Математические модели электрической дуги можно разделить на две группы по способу их построения [13]: теоретические модели, получаемые на основе законов физики, и экспериментальные, получаемые в результате аппроксимации опытных данных различными методами [14].

Применение моделей, в которых тепловой источник представлен как равномерно распределенный по длине, не даст точных результатов расчета температурных полей биметаллизируемых втулок, так как не соответствует реальному процессу.

Для получения модели нагрева биметаллизируемой втулки предлагается оценить распределение теплового потока осесимметричной электрической дуги по внутренней поверхности втулки (заготовки) [10], это проще, чем моделирование тепловых процессов для нелинейных несимметричных схем [15].

Представим задачу как линейную и для упрощения модели допустим также, что длина заготовки достаточно велика, чтобы пренебречь потерями тепла у торцов. Действие дуги заменим точечным источником постоянной интенсивности (рис. 1). Тепловая мощность дуги доходит до внутренней поверхности стальной втулки сквозь слой шихты практически без потерь [1].

Для такой схемы эффективная плотность теплового потока на внутренней поверхности стальной втулки на диаметре R_1 равна:

$$q = \frac{0{,}9P_{\text{д}}}{4\pi} \cdot \frac{\cos\varphi}{l_{\text{э}}^2},\ \text{Вт/м}^2, \quad (1)$$

где $P_{\text{д}}$ — электрическая мощность дуги, Вт; $l_{\text{э}}$ — расстояние от центра дуги до центра выделенного элемента на внутренней поверхности стальной втулки, м; φ — угол между направлением радиуса-вектора потока и нормалью к облучаемому сквозь слой шихты элементу стальной заготовки, град.

При $\varphi = 0$, $l_{\text{э}} = R_1$ плотность теплового потока максимальна:

$$q_0 = \frac{0{,}9P_{\text{д}}}{4\pi R_1^2},\ \text{Вт/м}^2,$$

здесь R_1 — радиус внутренней поверхности стальной втулки, м.

Поскольку

$$l_э = \frac{R_1}{cos\,\varphi},$$

выражение (1) можно представить в виде

$$q = \frac{0,9P_д \cdot cos\,\varphi}{4\pi R_1^2} = q_0 \cdot cos^3\,\varphi. \qquad (2)$$

Введем в равенство (2) соотношение q/q_0 = 0,05 и получим φ = 68°23’, что соответствует $\rho = r_n/R$ = 2,52, где r_n — радиус пятна нагрева, т. е. на расстоянии, близком к 2,5–3,0 радиусам заготовки, влияние источника сводится к минимуму.

Распределение плотности теплового потока точечного источника может быть описано экспоненциальной зависимостью:

$$q = q_0 \cdot e^{-k \cdot r_n^2}, \qquad (3)$$

где k — коэффициент сосредоточенности тепла, 1/м^2.

Коэффициент сосредоточенности тепла k необходим для расчёта параметров электрической дуги с учётом распределения эффективной тепловой мощности в пятне нагрева. Определение значения коэффициента сосредоточенности тепла нужно для расчёта температуры материала в пятне нагрева дуги, так как характер распределения теплоты оказывает существенное влияние на температурное поле в области пятна нагрева.

Когда ось дуги направлена перпендикулярно к поверхности нагрева, то пятно нагрева получается в виде окружности с удельным нормально распределенным по площади потоком. В этом случае источник называют нормально-круговым.

В расчетных схемах сварки при вертикальном расположении электродов относительно поверхности нагрева значения коэффициентов сосредоточенности тепла находятся в диапазоне от 1,5 до 6,0. Эти схемы, учитывающие распределение тепла источников, очень сложные и на практике используются редко.

Для конкретных случаев значения параметров q_0, q, и k, характеризующие тепловые потоки электрической дуги, чаще всего определяются экспериментально.

Чтобы выяснить предпочтительность применения равенства (2) и (3) для расчета удельного теплового потока (по этим выражениям), нужно получить выражение, по которому можно рассчитывать коэффициент сосредоточенности тепла k. С этой целью следует решить систему уравнений (2) и (3).

С учетом того, что

$$cos\,\varphi = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + r_n^2}},$$

определяем значение коэффициента сосредоточенности тепла:

$$k = \frac{1}{2,52} \cdot \int_0^{2,52} \left(-\frac{3}{r_n^2}\right) \cdot ln\left[\frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + r_n^2}}\right] \cdot dr.$$

Так как $cos\varphi$ можно представить в виде:

$$cos\,\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\rho^2}},$$

то коэффициент сосредоточенности тепла будет равен:

$$k = \frac{1}{5,04R_1^2} \cdot \int_0^{2,52} \frac{ln\left(1+\rho^2\right)}{\rho^2} \cdot dr. \qquad (4)$$

Используем замену переменной в виде:

$$g = ln\left(1+\rho^2\right),$$

и интегрируем уравнение (4) по частям

$$k = \frac{3}{5,04R_1^2} \cdot \left[-\frac{ln\left(1+\rho^2\right)}{\rho} + \int \frac{1}{\rho} \cdot \frac{2\rho}{1+\rho^2} d\rho\right]_0^{2,52} = \frac{3}{5,04R_1^2} \cdot \left[2arctg\rho - \frac{ln\left(1+\rho^2\right)}{\rho}\right]_0^{2,52}.$$

При r = 0 выражение $ln(1 + \rho^2) / \rho$ не определено, поэтому используем предельный переход

$$\lim_{\rho\to 0} \frac{ln\left(1+\rho\right)^2}{\rho} = \lim_{\rho\to 0} \frac{ln\left(1+\rho^2\right) \cdot \rho}{\rho^2} = \lim_{\rho\to 0} \frac{ln\left(1+\rho^2\right)}{\rho^2} \cdot \lim_{\rho\to 0} \rho = 1 \cdot 0 = 0,$$

где $\lim_{\rho\to 0} \frac{ln(1+\rho^2)}{\rho^2} = 1$.

Так как $k|_{r_{п}=0} = 0$, то коэффициент сосредоточенности тепла будет равен:

$$k = k\Big|_{r_n=R_1} = k\Big|_{r_n=R_1} - k\Big|_{r_n=0} = \frac{3}{5{,}04R_1^2}\cdot\left[2\cdot arctg2{,}52 - \frac{ln\left(1+2{,}52\right)^2}{2{,}52}\right] = \frac{0{,}945}{R_1^2}. \quad (5)$$

Результаты исследования. Используем полученное выражение (5) для расчета плотности теплового потока по уравнению (3), чтобы затем сопоставить результаты вычислений по уравнениям (2) и (3).

Сопоставим значения $Z_1 = cos^3\varphi$ и $Z_2 = e^{-k\cdot r_n^2}$ в равенствах (2) и (3), задав $k = 0{,}945/R_1^2$.

Результаты расчётов представим в виде номограммы (рис. 2).

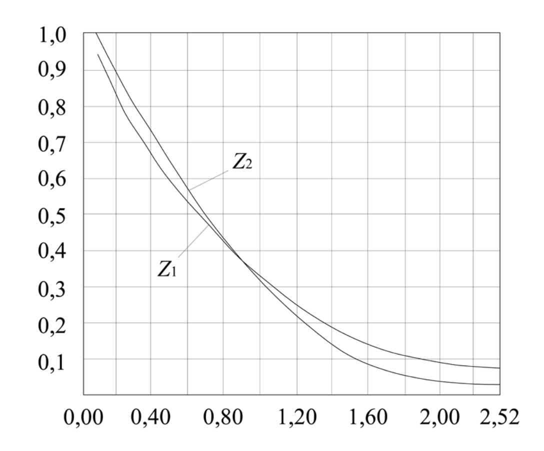


Рис. 2. Номограмма для сопоставления значений $Z_1 = cos^3\varphi$ и $Z_2 = e^{-k\cdot r_n^2}$ в равенствах (2) и (3)

Сравнение расчетных значений величин $Z_1 = cos^3\varphi$ и $Z_2 = e^{-k\cdot r_n^2}$ при $\rho = 0 \div 2{,}52$ показало, что они отличаются не более чем на 10 %. Это позволяет использовать для расчетов температурных полей при наплавке внутренней поверхности стальных втулок (заготовок) металлическими сплавами с нагревом независимой осесимметричной дугой экспоненциальную форму представления теплового источника.

Обсуждение и заключение. Для расчета температурного поля биметаллизируемой втулки принята упрощенная схема равномерного распределения теплового потока *q = const* на всей свободной поверхности наплавляемого слоя электрической дуги, которая движется возвратно-поступательно со скоростью *v* = 0,086 м/с (значение числа Пекле для этого случая допускает такую имитацию). Недостаток этой модели теплового источника в том, что плотность теплового потока определена из условия равномерного распределения теплоты, то есть требуется применение корректирующих коэффициентов и проведения серии экспериментов для их определения. Таким образом, в описании теплового процесса будет содержаться высокая доля экспериментальных данных и корректирующих коэффициентов. Поэтому для исключения большей части этих данных при моделировании теплового источника и распределения теплового потока процесса наплавки (биметаллизации) в исследуемом методе проведено сравнение результатов расчета эффективной плотности теплового потока по двум выражениям: с тригонометрической функцией и экспоненциальной функцией. Было установлено, что экспоненциальная форма представления теплового источника при наплавке внутренних поверхностей стальных втулок (заготовок) центробежным способом с нагревом независимой осесимметричной электрической дугой может быть использована для определения коэффициента сосредоточенности тепла в процессе наплавки, этот коэффициент применяется для определения плотности теплового потока электрической дуги, температуры в месте нагрева и описания температурного поля биметаллизируемой втулки в аналитическом виде, что повышает точность расчета ее температурного поля и возможности контроля температуры данного технологического процесса.

Список литературы / References

1. Денисенко С.Г., Глушко С.П. Оптимизация технологии производства подшипников скольжения из биметалла сталь-бронза. В: *Тезисы доклада IV Украинской республиканской научно-технической конференции «Современные методы наплавки, упрочняющие покрытия и используемые материалы».* Харьков: Харьковский автомобильно-дорожный институт; 1990. С. 70–71.

Denisenko SG, Glushko SP. Optimization of Production Technology of Plain Bearings from Steel-Bronze Bimetal. In: *Abstracts of the IV Ukrainian Republican Scientific and Technical Conference "Modern Methods of Surfacing, Hardening Coatings and Materials Used".* Kharkov: Kharkov Automobile and Highway Institute; 1990. P. 70–71. (In Russ.)

2. Глушко С.П., Денисенко С.Г. Синтез критерия качества биметаллических подшипников скольжения. В: *Тезисы доклада Всесоюзной научной конференции «Конструкционная прочность, долговечность, упрочнение материалов и деталей машин»*. Волгоград: Дом науки и техники; 1990. С. 202–204.

Glushko SP, Denisenko SG. Synthesis of Quality Criterion for Bimetallic Plain Bearings. In: *Abstracts of the All-Union Scientific Conference "Structural Strength, Durability, Hardening of Materials and Machine Parts"*. Volgograd: Center of Science and Technology; 1990. P. 202–204. (In Russ.)

3. Клеветов Д.В., Старостин Д.А. Подход к увеличению долговечности гидромашин за счет снижения интенсивности износа при технологической обкатке. В: *Труды Всероссийской научно-технической и научно-методической конференции «Современные проблемы надежности и техносферной безопасности: образование, наука, практика», посвященной 20-летию кафедры безопасности жизнедеятельности, экологии и химии Ковровской государственной технологической академии имени В.А. Дегтярева.* Ковров: Ковровская государственная технологическая академия имени В.А. Дегтярева; 2019. С. 41–46.

Klevetov DV, Starostin DA. An Approach to Increasing the Durability of Hydraulic Machines by Reducing the Intensity of Wear during Technological Running. In: *Proc. All-Russian Sci.-Tech. and Research-Methodological Conference "Modern Problems of Reliability and Technosphere Safety: Education, Science, Practice", dedicated to the 20th Anniversary of the Department of Life Safety, Ecology and Chemistry, Kovrov State Technological Academy named after V.A. Degtyarev*. Kovrov: Degtyarev State Technological Academy; 2019. P. 41–46. (In Russ.)

4. Arias-González F, del Val J, Comesaña R, Penide J, Lusquiños F, Quintero F, et al. Production of Phosphor Bronze Coatings by Laser Cladding. *Procedia Manufacturing*. 2017;13:177–182. https://doi.10.1016/j.promfg.2017.09.031

5. Kumar RK, Kamaraj M, Seetharamu S, Pramod T, Sampathkumaran P. Effect of Spray Particle Velocity on Cavitation Erosion Resistance Characteristics of HVOF and HVAF Processed 86WC–10Co4Cr Hydro Turbine Coatings. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2016;25(6):1217–1230. https://doi.10.1007/s11666-016-0427-3

6. Frazier WE. Metal Additive Manufacturing: A Review. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2014;23(6):1917–1928. https://doi.10.1007/s11665-014-0958-z

7. Zhenglei Yu, Lunxiang Li, Deqiang Zhang, Guangfeng Shi, Guang Yang, Zezhou Xu, et al. Study of Cracking Mechanism and Wear Resistance in Laser Cladding Coating of Ni-Based Alloy. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2021;34(92):1–14. https://doi.org/10.1186/s10033-021-00599-8

8. Neng Li, Wei Liu, Yan Wang, Zijun Zhao, Taiqi Yan, Guohui Zhang, et al. Laser Additive Manufacturing on Metal Matrix Composites: A Review. *Chinese Journal of Mechanical Engineering.* 2021;34(38):1–16. https://doi.org/10.1186/s10033-021-00554-7

9. Murr LE, Gaytan SM, Ramirez DA, Martinez E, Hernandez J, Amato KN, et al. Metal Fabrication by Additive Manufacturing Using Laser and Electron Beam Melting Technologies. *Journal of Materials Science & Technology.* 2012;28(1):1–14. https://doi.10.1016/S1005-0302(12)60016-4

10. Lawrense AR, Michaleris P. Effects of Thermal Transport in Computation of Welding Residual Stress and Distortion. *Science and Technology of Welding and Joining*. 2011;16(3):215–220. https://doi.10.1179/1362171810Y.0000000027

11. Глушко С.П., Поправка Д.Л., Абрамов Н.С. Моделирование теплового процесса центробежной биметаллизации внутренней поверхности втулок. *Сварочное производство*. 2009;(6):30–35.

Glushko SP, Popravka DL, Abramov NS. Modeling the Thermal Process of Centrifugal Bimetallization of the Inner Surface of Bushings. *Welding Production.* 2009;(6):30–35. (In Russ.)

12. Судник В.А., Ерофеев В.А., Масленников А.В., Цвелёв Р.В. Методика определения характеристик эквивалентного источника теплоты для выполнения расчетов деформаций при сварке. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2015;(6–2):32–43. URL: https://tidings.tsu.tula.ru/tidings/pdf/web/file/tsu_izv_technical_sciences_2015_06_part_2.pdf (дата обращения: 20.03.2025).

Sudnik VA, Erofeev VA, Maslennikov AV, Tsvelev RV. Methodology of Determining the Equivalent Heat Source Parameters for the Subsequent Calculations of the Structure Distortions. *Izvestiya Tula State University.* 2015;(6–2):32–43. URL: https://tidings.tsu.tula.ru/tidings/pdf/web/file/tsu_izv_technical_sciences_2015_06_part_2.pdf (accessed: 20.03.2025).

13. Полищук В.А. Математическое моделирование процессов сварки. *Научно-методический электронный журнал «Концепт»*. 2014;20:356–360. URL: http://e-koncept.ru/2014/54332.htm (дата обращения: 20.03.2025).

Polishchuk V. Mathematical Modeling of Welding Processes. *Scientific and Methodological Electronic Journal "Concept"*. 2014;20:356–360. URL: http://e-koncept.ru/2014/54332.htm (accessed: 20.03.2025).

14. Вершинин В.П., Дмитриев И.К. Экспериментальные исследования распределения температуры в тавровых соединениях при сварке. *Инженерный вестник Дона.* 2023;(4):1–9. URL: http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2023/8330 (дата обращения: 20.03.2025).

Vershinin VP, Dmitriev IK. Experimental Research of Temperature Distribution in Tee Joints during Welding. *Engineering Journal of Don*. 2023;(4):1–9. URL: http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2023/8330 (accessed: 20.03.2025).

15. Иванов С.Ю., Кархин В.А., Михайлов В.Г. Моделирование тепловых процессов при сварке соединений с криволинейными швами. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2015;(6–2):62–66. URL: https://tidings.tsu.tula.ru/tidings/pdf/web/file/tsu_izv_technical_sciences_2015_06_part_2.pdf (дата обращения: 20.03.2025).

Ivanov SYu, Karhin VA, Michaylov VG. Modelling Welding Processes with Curvilinear Seams. *Izvestiya Tula State University*. 2015;(6–2):62–66. URL: https://tidings.tsu.tula.ru/tidings/pdf/web/file/tsu_izv_technical_sciences_2015_06_part_2.pdf (accessed: 20.03.2025).

Об авторе:

Сергей Петрович Глушко, кандидат технических наук, доцент, кафедра «Инженерии систем управления, материалов и технологий в машиностроении» Кубанского государственного технологического университета (350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2), SPIN-код, ORCID, sputnik_s7@mail.ru

Конфликт интересов: **автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.**

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the Author:

Sergey P. Glushko, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Engineering of Control Systems, Materials and Technologies in Mechanical Engineering, Kuban State Technological University (2, Moskovskaya Str., Krasnodar, 350000, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, sputnik_s7@mail.ru

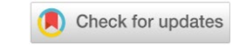
Conflict of Interest Statement: **the author declares no conflict of interest.**

The author has read and approved the final version of manuscript.

Поступила в редакцию / Received 23.03.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 18.04.2025
Принята к публикации / Accepted 22.04.2025

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

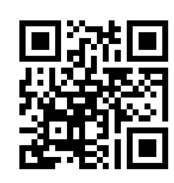




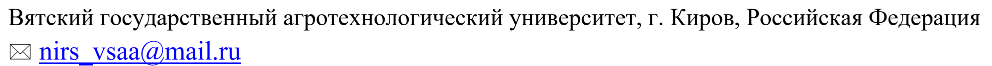
УДК 621.43
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-91-98

Оригинальное эмпирическое исследование

Исследование рабочих режимов дизельного двигателя на биотопливе



EDN: OUWFGB


В.А. Лиханов, **О.П. Лопатин** ✉
Вятский государственный агротехнологический университет, г. Киров, Российская Федерация
✉ nirs_vsaa@mail.ru

Аннотация
Введение. Современные исследования, направленные на снижение выбросов вредных веществ, образующихся в результате работы дизельных двигателей с использованием альтернативного топлива, подчеркивают их значимость и актуальность. Эта тема приобретает всё большую важность в контексте глобальных экологических изменений. Разработка и внедрение альтернативных источников энергии не только способствуют улучшению качества воздуха, но и помогают уменьшить зависимость от ископаемых топлив. Поэтому важно продолжать инвестировать в научные исследования и новые технологии, которые позволят добиться более чистого и эффективного использования ресурсов. На сегодняшний день известно множество таких исследований, особенно теоретических, проведённых в европейских и азиатских странах. Однако практически отсутствуют экспериментальные работы, посвящённые полусферическим камерам сгорания российских дизельных двигателей, у которых частота вращения, степень сжатия и другие конструктивные параметры существенно отличаются от аналогичных характеристик, описанных в известных исследованиях. Кроме того, нет практически никаких экспериментов, посвящённых процессу сгорания российских дизельных двигателей с неразделённой полусферической камерой сгорания в поршне, что обуславливает сложность процесса объемно-плёночного смесеобразования.
Целью работы является экспериментальное исследование мощностных и экономических показателей, параметров процесса сгорания дизельного двигателя с неразделённой полусферической камерой сгорания в поршне, работающего на этаноле и рапсовом масле (РМ). Исследование направлено на установление зависимостей, показывающих влияние различных режимов работы двигателя на указанные показатели, с целью определения их числовых характеристик.
Материалы и методы. Запуск дизельного двигателя осуществлялся на рапсовом масле, после чего включалась подача этанола, который заменял рапсовое масло до достижения установленного оптимального значения. Увеличение рабочего нагрузочного режима обеспечивалось регулированием подачи этанола. Для подачи рапсового масла был установлен дополнительный топливный насос высокого давления (ТНВД) 2УТНМ, а подача этанола производилась через стандартную систему топливоподачи.
Результаты исследования. Показатели процесса сгорания дизельного двигателя, работающего на этаноле и рапсовом масле, заметно отличаются от таковых у двигателя, функционирующего на дизельном топливе. При работе на этаноле и рапсовом масле наблюдается увеличение периода задержки воспламенения, что влияет на «жесткость» процесса сгорания и приводит к повышению значений величины P_z. Эти факторы, скорее всего, являются основными ограничениями для использования этанола посредством непосредственного впрыска. Одним из решений данной проблемы, предложенным в настоящей работе, является использование запального (пилотного) рапсового масла, которое позволяет корректировать параметры процесса сгорания, регулируя величину подачи запального топлива.
Обсуждение и заключение. Результаты проведенного экспериментального исследования подтверждают возможность полного замещения нефтяного моторного топлива в дизельном двигателе с неразделенной полусферической камерой сгорания в поршне альтернативным (возобновляемым) топливом, что, несомненно, решает важные вопросы экологической безопасности дизельных двигателей. Результаты исследования могут быть полезны как ученым, занимающимся данной темой, так и инженерно-техническим работникам машиностроительной отрасли.

Ключевые слова: дизельный двигатель, этанол, рапсовое масло, цилиндр, процесс сгорания, давление, температура, частота вращения коленчатого вала

Благодарности. Авторы выражают благодарность Маркову Владимиру Анатольевичу, доктору технических наук, профессору, заведующему кафедрой Э-2 «Комбинированные двигатели и альтернативные энергоустановки» МГТУ им. Н.Э. Баумана; Сайкину Андрею Михайловичу, доктору технических наук, старшему научному сотруднику, главному специалисту Центра интеллектуальных систем ГНЦ РФ ФГУП «НАМИ»; Жолобову Льву Алексеевичу, кандидату технических наук, профессору, профессору кафедры эксплуатации мобильных энергетических средств и сельскохозяйственных машин ФГБОУ ВО Нижегородский ГАТУ им. Л.Я. Флорентьева за консультации и помощь, оказанную при написании данной работы.

Для цитирования. Лиханов В.А., Лопатин О.П. Исследование рабочих режимов дизельного двигателя на биотопливе. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):91–98. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-91-98

Original Empirical Research

Study on Operating Modes of a Biofuel Diesel Engine

Vitaly A. Likhanov, **Oleg P. Lopatin** ✉
Vyatka State Agrotechnological University, Kirov, Russian Federation
✉ nirs_vsaa@mail.ru

Abstract
Introduction. Modern research aimed at reducing emissions of harmful substances resulting from the operation of diesel engines using alternative fuels emphasizes their importance and relevance. This topic is becoming increasingly significant in the context of global environmental changes. The development and implementation of alternative energy sources not only contribute to improving air quality, but also help reduce dependence on fossil fuels. Therefore, it is important to continue investing in research and new technologies that will provide for cleaner and more efficient use of resources. There are numerous such studies, specifically, theoretical ones, conducted in European and Asian countries. However, there are practically no experimental works devoted to hemispherical combustion chambers of Russian diesel engines, whose rotation speed, compression ratio and other design parameters differ significantly from similar characteristics described in known studies. In addition, there are practically no experiments devoted to the combustion process of Russian diesel engines with an undivided hemispherical combustion chamber in the piston, which determines the complexity of the volumetric-film mixing process. The research objective is an experimental study of the power and economic indicators, parameters of the combustion process of a diesel engine with an undivided hemispherical combustion chamber in the piston, running on ethanol and rapeseed oil (RO). The study is aimed at establishing dependences showing the effect of various engine operating modes on the specified indicators in order to determine their numerical characteristics.
Materials and Methods. The diesel engine was started using rapeseed oil, after which the ethanol supply was switched on, replacing the rapeseed oil until the set optimum value was reached. The increase in the operating load mode was provided through regulating the ethanol supply. An additional high-pressure fuel pump (HPFP) 2UTNM was installed to supply rapeseed oil, and ethanol was supplied through the standard fuel supply system.
Results. The indicators of the combustion process of a diesel engine running on ethanol and rapeseed oil differ from its regular diesel engine. When working with ethanol and rapeseed oil, an increase in the ignition delay period is noted, which affects the “rigidity” of the combustion process and results in a growth of P_z value. These factors are most likely the main limitations for the use of ethanol by direct injection. One of the solutions to this problem, proposed in this paper, is the use of ignition (pilot) rapeseed oil, which makes it possible to adjust parameters of the combustion process through controlling the amount of ignition fuel supply.
Discussion and Conclusion. The results of the conducted experimental study confirm the possibility of complete replacement of petroleum motor fuel in a diesel engine with an undivided hemispherical combustion chamber in the piston with an alternative (renewable) fuel. This undoubtedly solves important issues of environmental safety of diesel engines. The research results may be useful both to scientists working on this topic, and to engineers and technicians in the machine-building industry.

Keywords: diesel engine, ethanol, rapeseed oil, cylinder, combustion process, pressure, temperature, crankshaft speed

Acknowledgements. The authors would like to thank Vladimir Anatolyevich Markov, Dr.Sci. (Engineering), Professor, Head of the E-2 Department “Combined Engines and Alternative Power Plants”, Bauman Moscow State Technical University; Andrey Mikhailovich Saikin, Dr.Sci. (Engineering), Senior Researcher, Chief Specialist of the Center of Information and Intelligent Systems, RF State Research Center “NAMI”; Lev Alekseevich Zholobov, Cand.Sci. (Engineering), Professor of the Department of Operation of Mobile Power Equipment and Agricultural Machinery, Nizhny Novgorod State Technical University named after L.Ya. Florentyev, for consultations and assistance provided in writing this paper.

For Citation. Likhanov VA, Lopatin OP. Study on Operating Modes of a Biofuel Diesel Engine. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):91–98. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-91-98

Введение. В краткосрочной и долгосрочной перспективах вопросы устойчивого развития и экологической безопасности в машиностроительной отрасли останутся крайне важными [1]. Например, в рамках программного пакета Европейский совет поставил перед собой задачу снизить выбросы углекислого газа не менее чем на 55 % к 2030 году по сравнению с 1990 годом, а к 2050 году достичь нулевого уровня выбросов CO_2. По последним прогнозам, к 2040 году около 75 % из 1,6 миллиарда легковых автомобилей, находящихся в эксплуатации, будут либо с двигателями внутреннего сгорания (ДВС), либо с ДВС в составе гибридной системы [2]. Гибридные силовые установки, как с высоким, так и с низким уровнем электрификации в сочетании с современными ДВС, действительно могут обеспечить значительные преимущества на различных рынках, включая экологическую сферу [3]. Тем не менее, на сегодняшний день электрификация автотранспорта остается непростой задачей, обусловленной множеством как реальных, так и предполагаемых факторов. К числу этих факторов относятся ограниченный запас хода, нерегулярная инфраструктура зарядки, доступность полностью возобновляемых источников энергии в разных регионах, ограничения по спросу и трудности, связанные с добычей и переработкой редкоземельных и драгоценных металлов [4]. Для малотоннажных грузоперевозок электрификация может рассматриваться как приемлемая альтернатива ДВС, однако она все еще имеет углеродный след [5].

Обсуждаемые выше подходы к экологической безопасности в машиностроительной отрасли органично вписываются только в долгосрочную перспективу. В итоге намечается переход к использованию низкоуглеродного или безуглеродного топлива [6]. Что касается ближайшей перспективы и существующих на данный момент двигателей внутреннего сгорания, работающих на традиционном нефтяном моторном топливе [7], важно обсудить возможность применения альтернативного топлива как с точки зрения экологической безопасности, так и в контексте замещения топлива нефтяного происхождения [8]. Полагаем, что машиностроительная отрасль, являясь одним из основных источников загрязнения атмосферы, требует принципиальных изменений в подходах к использованию топлива [9]. Для реализации структурных изменений, направленных на улучшение экологических параметров в машиностроении, производителям оригинального оборудования и их партнерам стоит рассмотреть возможности технологических прорывов в модернизации существующих ДВС [10] и создании транспортных средств с низкими выбросами [11, 12].

С учетом высокой актуальности применения альтернативного топлива в дизельных силовых агрегатах, это обстоятельство заставляет ведущих машиностроителей обдумывать развитие технологий, способствующих применению различных альтернативных топлив в дизельных двигателях (ДД) [13]. Поиск новейших способов и перспективных технологий, направленных на улучшение экологических и энергетических показателей дизельных силовых установок, а также исследование конкуренции различных видов топлива (дизельное топливо, биотопливо, природный газ, спирты, эмульсии и др.) по показателям экологической эффективности может стать значительным шагом к активизации развития и применения альтернативных моторных топлив [14]. Переход к альтернативным топливам, не являющимся продуктами переработки нефти, будет наиболее перспективным направлением в борьбе за улучшение экологических показателей как для ДД, так и для автотранспорта машиностроительной отрасли [15, 16].

Наиболее перспективными в плане улучшения экологической безопасности ДД являются спирты и растительные масла [17]. В частности, при рассмотрении спиртов отдают предпочтение этанолу, который соответствует критериям доступности, простоты производства и, что наиболее важно, экологичности при сгорании [18]. С точки зрения авторов, наибольший интерес представляют растительные масла, среди которых лидирует рапсовое масло (РМ), обладающее отличными техническими характеристиками, такими как высокая энергетическая плотность и хорошая текучесть при низких температурах [19].

К настоящему времени было проведено немало актуальных научных работ, направленных на улучшение экологической безопасности ДД с использованием спиртов и растительных масел в качестве моторного топлива [20]. Однако следует отметить, что анализ результатов научных исследований демонстрирует отсутствие достаточных экспериментальных испытаний дизельных силовых установок рабочего объема до 5 л, работающих на этаноле и растительных маслах, проведенных с учетом взаимосвязи экологических и эксплуатационных показателей, а также определения содержания в отработанных газах NO_x, CH_x, CO, CO_2 и сажесодержания (С) [21]. Хотя эти вопросы достаточно широко освещены в литературе в теоретическом ключе с использованием различных современных форм моделирования, исследование данной проблемы лишь с теоретической точки зрения не помогает раскрыть некоторые критически важные аспекты, которые имеют значение для организации рабочего процесса ДД при использовании этанола и растительных масел [22].

Целью данной работы являлось экспериментальное исследование мощностных и экономических показателей, а также параметров процесса сгорания дизельного двигателя с неразделенной полусферической камерой сгорания в поршне, функционирующего на этаноле и рапсовом масле, с установлением зависимостей влияния режимов его работы на указанные показатели и определением их числовых характеристик.

Материалы и методы. Для выполнения поставленной цели были проведены экспериментальные исследования ДД 2Ч 10,5/12,0 при работе на этаноле и РМ. Пуск ДД осуществлялся на РМ, далее включалась подача этанола и замещала РМ до установленного оптимального значения (цикловая подача была на уровне 13 мг/цикл, что соответствовало часовому расходу РМ 1,4 кг/ч). Увеличение рабочего нагрузочного режима обеспечивалось увеличением (регулированием) подачи этанола. Для подачи РМ был установлен дополнительный ТНВД, а подача этанола осуществлялась через штатную систему топливоподачи.

Для индицирования рабочего процесса дизеля использовался датчик давления PS-01, сигнал с датчика поступал на усилитель сигнала AQ05-A.1.001, усиленный сигнал поступал на ПК через аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) ЛА-2 USB. Датчик давления устанавливался во втулке, вмонтированной в головку цилиндра, согласно инструкции. Сигнал от датчика положения коленчатого вала М50 поступал на АЦП без усиления. Полученные данные обрабатывались при помощи специального алгоритма наложения массивов, затем по полученной осредненной индикаторной диаграмме по методике ЦНИДИ-ЦНИИМ, основанной на теории Вибе, определялись показатели процесса сгорания [23].

Результаты исследования. На рис. 1 представлены результаты определения осредненной индикаторной диаграммы при оптимальных установочных углах опережения впрыскивания топлива этанола и РМ, равных 34° до верхней мертвой точки (ВМТ) [15].

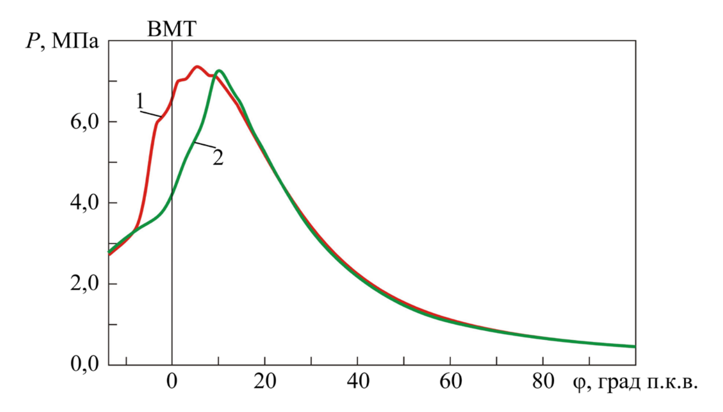


Рис. 1. Влияние угла положения коленчатого вала ДД на индикаторное давление:
1 — ДТ; 2 — этанол и РМ [22]

Из научной литературы исследователям хорошо известны ценные качества индикаторной диаграммы. Эта непосредственная запись действительного (индикаторного) давления в зависимости от угла положения коленчатого вала наглядно демонстрирует значение физической величины без необходимости производить какие-либо вычисления. По индикаторной диаграмме легко можно понять динамику протекания рабочего процесса и получить ценные сведения о значениях максимального давления сгорания P_z, периода задержки воспламенения (ПЗВ). Кроме того, индикаторная диаграмма является наглядным представлением динамики самовоспламенения в дизельном двигателе [22]. Таким образом, анализ индикаторных диаграмм, представленных на рис. 2, показывает, что при работе на этаноле и РМ наблюдается увеличение ПЗВ, при этом не отмечается значительного изменения максимального давления в цикле. Поскольку теплотворная способность этанола ниже, чем у ДТ, то необходимо компенсировать эту разницу, увеличив цикловую подачу топлива (рис. 2).

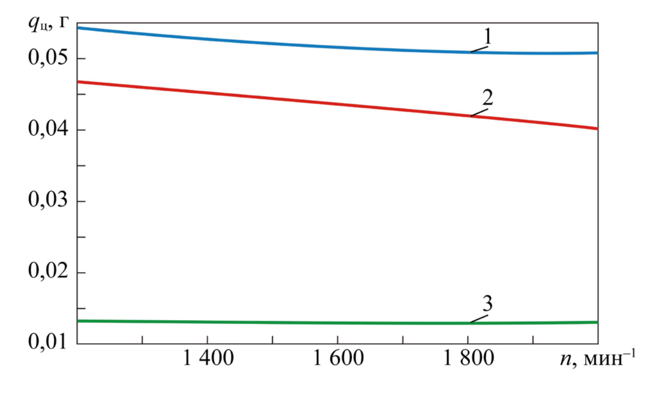


Рис. 2. Цикловая подача топлива: 1 — этанол; 2 — ДТ; 3 — РМ [11]

Рассматривая режим номинальной частоты вращения (n = 1 800 мин$^{-1}$), отметим, что подача РМ составляла 13 мг за цикл, тогда как подача этанола достигала 52 мг/цикл (рис. 2). На дизельном режиме цикловая подача составила 43 мг/цикл.

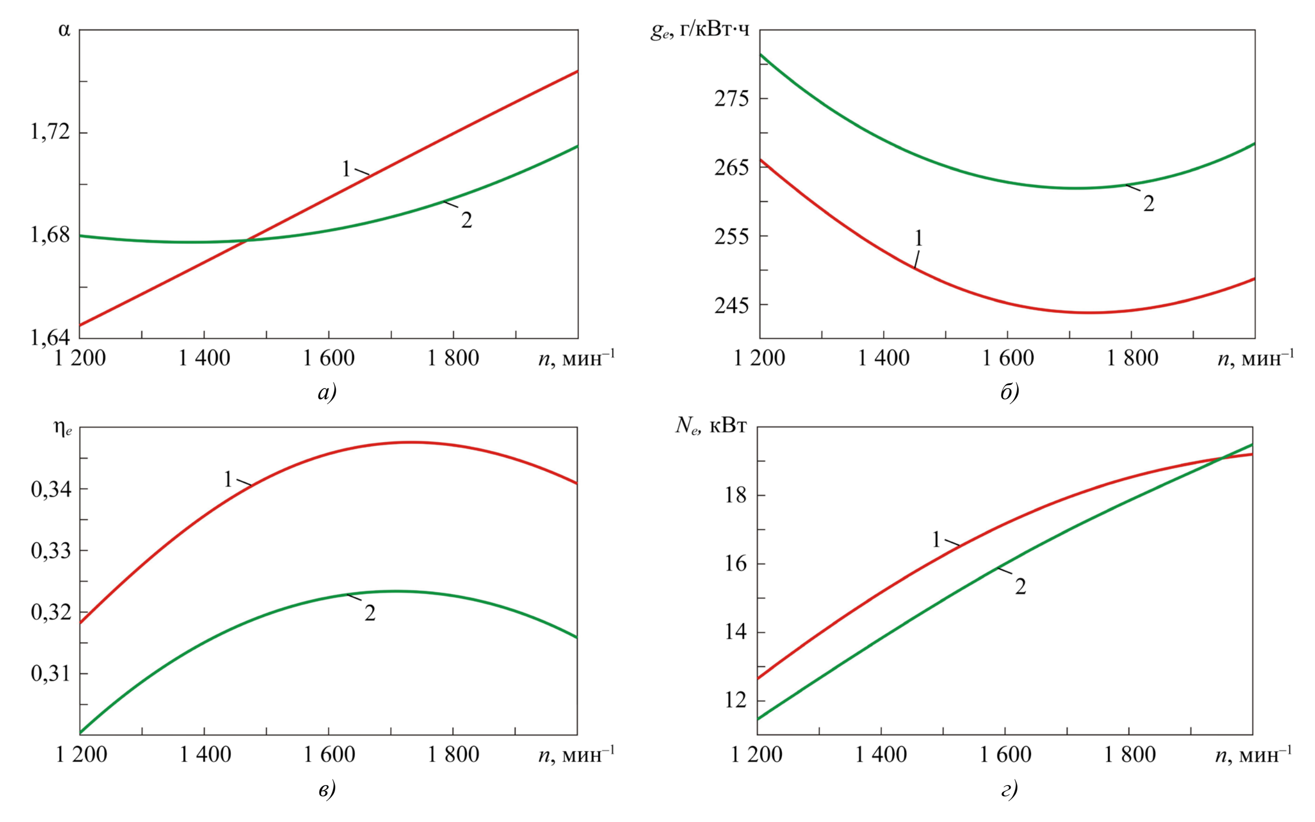


Рис. 3. Эффективные показатели работы ДД: *а* — коэффициент избытка воздуха; *б* — удельный эффективный расход топлива; *в* — эффективный КПД; *г* — эффективная мощность; 1 — ДТ; 2 — этанол и РМ [11]

При работе на этаноле и РМ увеличение потребления топлива снижает эффективный КПД, особенно на малых частотах вращения, что не может не сказаться на эффективной мощности и приводит к некоторому её снижению (рис. 3 *г*), а на пиковых значениях мощностные показатели и характеристики процесса сгорания (рис. 4 *а*) при работе ДД на этаноле и РМ уже превышают значения ДТ.

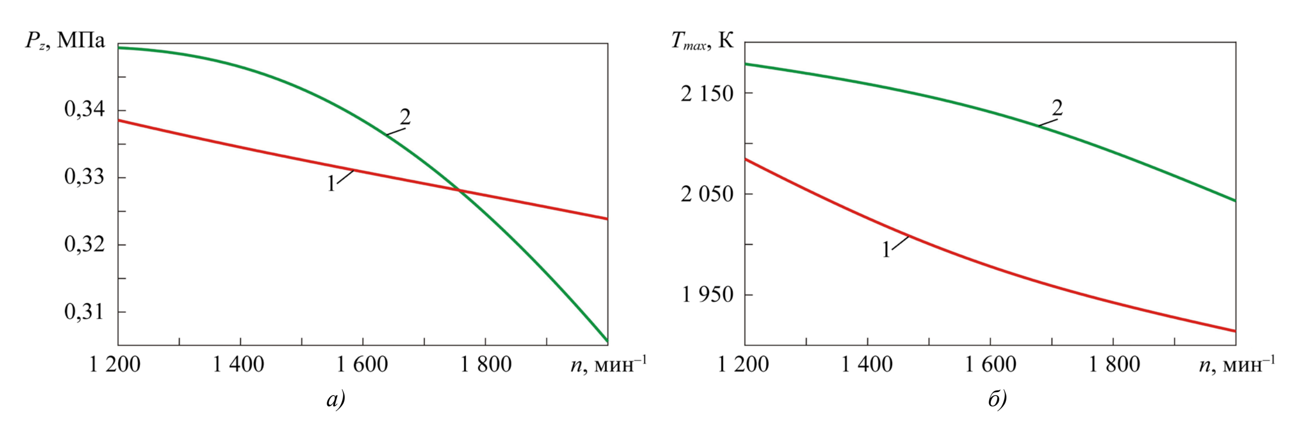


Рис. 4. Показатели процесса сгорания ДД: *а* — максимальное давление сгорания; *б* — максимальная осредненная температура; 1 — ДТ; 2 — этанол и РМ [15]

Анализируя графические зависимости, изображенные на рис. 4, следует отметить, что на небольших частотах вращения работы ДД на этаноле и РМ P_z равняется 8,2 МПа, а при меньшей частоте вращения составляет 6,5 МПа. Значения T_{max} при этом также снижаются, но остаются выше значений работы ДД на ДТ. По-видимому, этот рост обусловлен более высоким ПЗВ ДД при работе на этаноле и РМ, поскольку за больший период времени смешиваясь с воздухом испаряется большее количество топлива. Это, в свою очередь, приводит к росту интенсивности процессов выделения тепла в кинетической фазе сгорания и увеличению T_{max} с достижением своих максимальных значений на более поздних углах. Так, при работе ДД на этаноле и РМ горение начинается позже примерно на 4–7 градусов в сравнении с работой на ДТ [15].

На рис. 5 представлены характеристики токсичности отработавших газов (ОГ) ДД на номинальной частоте вращения.

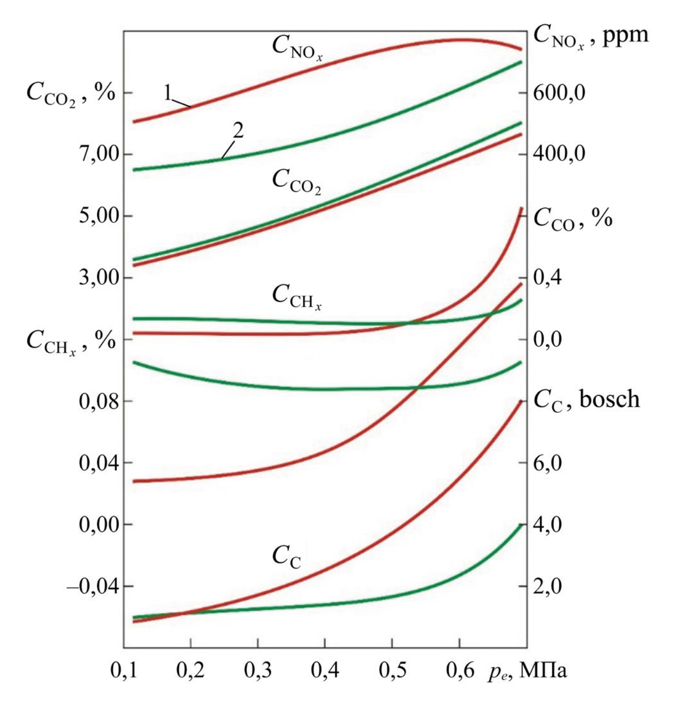


Рис. 5. Показатели токсичности ОГ ДД (n = 1800 мин$^{-1}$): 1 — ДТ; 2 — этанол и РМ

Результаты экспериментальных исследований токсичности ДД показывают, что применение этанола и РМ приводит к снижению в исследуемых режимах концентрации оксидов азота (NO_x), диоксида углерода (CO_2) и сажи (С). На нагрузках выше средних происходит снижение концентрации оксида углерода (СО) и углеводородов (CH_x).

Числовые значения результатов экспериментальных исследований токсичности ДД на номинальном режиме работы сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Результаты исследований показателей токсичности и дымности ОГ ДД 2Ч 10,5/12,0
при работе на этаноле и РМ (n = 1 800мин$^{-1}$, p_e = 0,588 МПа)

Топливо	Показатели			
	NO_x, ppm	С, ед. по шкале bosch	CH_x, %	СО, %
Дизельное	790	5,3	0,11	0,22
Этанол +РМ	590 (снижение на 25,3 %)	2,2 (снижение в 2,4 раза)	0,09 (снижение на 18,2 %)	0,14 (снижение на 36,4 %)

Обсуждение и заключение. Анализируя полученные результаты рассмотренных экспериментальных исследований, следует отметить, что показатели процесса сгорания ДД, работающего на этаноле и РМ, отличаются от его штатного, работающего на ДТ. Особенно при использовании этанола и РМ наблюдается увеличение площади зоны влияния (ПЗВ), что не может не оказать значительного влияния на «жесткость» процесса сгорания и приведет к увеличению значений величины P_z. Эти аргументы, по всей видимости, являются основными сдерживающими факторами применения этанола с помощью непосредственного впрыскивания. Одним из возможных решений данной проблемы, предложенным в данной работе, является использование запального (пилотного) РМ, который позволяет корректировать параметры процесса сгорания, управляя величиной подачи запального топлива. При этом стоит пояснить, что величина запального РМ изменялась до определённого значения (указано выше в работе), при котором достигались необходимые характеристики параметров сгорания. После этого величина РМ фиксировалась, а изменение нагрузочных режимов ДД обеспечивалось необходимой подачей этанола. Специалистам понятно, что таким образом решается задача лишь в частном случае. В дальнейшей научной работе необходимо будет внедрить динамическую корректировку как величины запальной порции РМ, так и угла опережения впрыскивания топлива. Это будет способствовать дальнейшей оптимизации системы топливоподачи и организации процесса сгорания в целом. Тем не менее, подводя итог, отметим, что в данной работе решены вопросы улучшения эксплуатационных характеристик ДД за счёт применения биотоплива с установлением характерных зависимостей влияния рабочих режимов на эффективность и определением их числовых значений. Причём эффективность предложенного решения подтверждается полным замещением нефтяного моторного топлива альтернативным (возобновляемым).

Список литературы/ References

1. Kavtaradze RZ, Onischenko DO, Golosov AS, Zelentsov AA, Chen Zh, Sakhvadze GZh. The Influence of the "Piston Heat Belt–Sleeve" Gap on Heat Exchange in the Combustion Chamber of an Engine Depending on the Fuel Utilized. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2022;51(2):112–120. https://doi.org/10.3103/S1052618822010046

2. Кулагин В.А., Грушевенко Д.А., Галкина А.А. Прогноз развития энергетики мира и России до 2050 года. *Современная мировая экономика*. 2024;2(1):6–22. https://doi.org/10.17323/2949-5776-2024-2-1-6-22

Kulagin V, Grushevenko D, Galkina A. Global and Russian Energy Outlook Up to 2050. *Contemporary World Economy*. 2024;2(1):6–22. https://doi.org/10.17323/2949-5776-2024-2-1-6-22

3. Sens M. Hybrid Powertrains with Dedicated Internal Combustion Engines are the Perfect Basis for Future Global Mobility Demands. *Transportation Engineering*. 2023;13:100146. https://doi.org/10.1016/j.treng.2022.100146

4. Beltrami D, Iora P, Uberti S, Tribioli L. Electrification of Compact Off-Highway Vehicles – Overview of the Current State of the Art and Trends. *Energies.* 2021;14(17):5565. https://doi.org/10.3390/en14175565

5. Вохмин Д.М., Козин Е.С. Основы мониторинга углеродного следа транспортных потоков крупных городов. *Транспорт: наука, техника, управление. Научный информационный сборник*. 2024;(6):11–17.

Vokhmin DM, Kozin ES. Basics of Monitoring the Carbon Footprint of Traffic Flows in Large Cities. *Transport: Science, Equipment, Management. Scientific Information Collection.* 2024;(6):11–17.

6. Fangyuan Zheng, Haeng Muk Cho. The Effect of Different Mixing Proportions and Different Operating Conditions of Biodiesel Blended Fuel on Emissions and Performance of Compression Ignition Engines. *Energies*. 2024;17(2):344. https://doi.org/10.3390/en17020344

7. Mateichyk V, Kryshtopa S, Kryshtopa L, Smieszek M, Kostian N, Mosciszewski J, et al. Research of Energy Efficiency and Environmental Performance of Vehicle Power Plant Converted to Work on Alternative Fuels. *Machines*. 2024;12(5):285. https://doi.org/10.3390/machines12050285

8. Марков В.А., Девянин С.Н., Са Б., Нормуродов А.А. Исследование работы дизельного двигателя на смесевых и эмульгированных биотопливах с добавками рапсового масла. *Двигателестроение*. 2023;(1(291)):70–90. https://doi.org/10.18698/jec.2023.1.70-90

Markov VA, Devyanin SN, Bowen Sa, Normurodov AA. Investigation of the Operation of a Diesel Engine on Blended and Emulsified Biofuels with Rapeseed Oil Additives. *Dvigatelestroyeniye (Engines Construction)*. 2023;291(1):70–90. https://doi.org/10.18698/jec.2023.1.70-90

9. Keunsang Lee, Haeng Muk Cho. Effects of Castor and Corn Biodiesel on Engine Performance and Emissions under Low-Load Conditions. *Energies*. 2024;17(13):3349. https://doi.org/10.3390/en17133349

10. Kavtaradze RZ, Kondratev AM, Rongrong Ch, Citian Ch, Baigang S, Sakhvadze GZh. Local Heat Exchange in the Combustion Chamber of a Hydrogen Engine Running on a Lean Fuel Mixture. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2021;50(1):79–87. https://doi.org/10.3103/S105261882101012X

11. Лиханов В.А., Лопатин О.П. Исследование скоростных режимов рабочего процесса дизельного двигателя на биотопливе. *Двигателестроение*. 2024;296(2):75–83.

Likhanov VA, Lopatin OP. High-Speed Operation Modes of a Biofuel Diesel Engine. *Dvigatelestroyeniye (Engines Construction)*. 2024;296(2):75–83.

12. Rathinavelu V, Kulandaivel A, Pandey AK, Bhatt R, De Poures MV, Hossain I, et al. Production of Green Hydrogen from Sewage Sludge/Algae in Agriculture Diesel Engine: Performance Evaluation. *Heliyon*. 2024;10(1):e23988. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e23988

13. Zheliezna T, Drahniev S. Comparative Analysis of Biodiesel and Renewable Diesel as Motor Fuels. *Journal of Science. Lyon.* 2024;57:34–39. https://doi.org/10.5281/zenodo.13694682

14. Kovbasenko S. Possibilities of Enhancing the Environmental Safety of Diesel Vehicles Using Alternative Fuels. *Journal of Mechanical Engineering and Transport*. 2023;16(2):51–57. https://doi.org/10.31649/2413-4503-2022-16-2-51-57

15. Лиханов В.А., Лопатин О.П. Исследование процесса сгорания в тракторном дизеле при работе на спирте и растительном масле. *Тракторы и сельхозмашины*. 2023;90(3):191–200. https://doi.org/10.17816/0321-4443-320931

Likhanov VA, Lopatin OP. Research of the Combustion Process in a Tractor Diesel Engine When Operating on Alcohol and Vegetable Oil. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2023;90(3):191–200. https://doi.org/10.17816/0321-4443-320931

16. Jurj S, Werner T, Grundt D, Hagemann W, Möhlmann E. Towards Safe and Sustainable Autonomous Vehicles Using Environmentally-Friendly Criticality Metrics. *Sustainability*. 2022;14(12):6988. https://doi.org/10.3390/su14126988

17. Lindemberg De Jesus Nogueira Duarte, Gilson Medeiros, Humberto Neves Maia De Oliveira, Eduardo Lins De Barros Neto, Rayandson Raimundo Da Silva, Jessyca Bezerra. Evaluation of the Effect of Ethyl Alcohol Content in a Ternary Ethanol/Biodiesel/Diesel System. *International Journal of Thermodynamics*. 2024;27(2):19–26. https://doi.org/10.5541/ijot.1372558

18. Krakowski R, Witkowski K. Investigating the Effects of Environmentally Friendly Additives on the Exhaust Gas Composition and Fuel Consumption of an Internal Combustion Engine. *Applied Sciences*. 2024;14(7):2956. https://doi.org/10.3390/app14072956

19. Долуда В.Ю., Лакина Н.В., Бровко Р.В., Сульман М.Г. Исследование оптимальных физико-химических параметров каталитической трансформации этанола и изопропанола в ароматические углеводороды. *Вестник Тверского государственного университета. Химия*. 2024;57(3):76–85. https://doi.org/10.26456/vtchem2024.3.7

Doluda VYu, Laskina NV, Brovko RV, Sulman MG. Investigation of Optimal Physico-Chemical Parameters of the Catalytic Transformation of Ethanol and Isopropanol into Aromatic Hydrocarbons. *Herald of TvSU. Series: Chemistry*. 2024;57(3):76–85. https://doi.org/10.26456/vtchem2024.3.7

20. Кривенко Д.А., Логвинов А.Ю., Ишков А.В. Исследование рабочего процесса автотракторных дизелей Минского моторного завода на режиме максимальной мощности при использовании альтернативного биотоплива. *Вестник Алтайского государственного аграрного университета*. 2024;233(3):75–84. https://doi.org/10.53083/1996-4277-2024-233-3-75-84

Krivenko DA, Logvinov AYu, Ishkov AV. Investigation of Operating Process of Automotive Diesel Engines of the Minsk Motor Plant in Maximum Power Mode Using Alternative Biofuel. *Bulletin of Altai State Agricultural University*. 2024;233(3):75–84. https://doi.org/10.53083/1996-4277-2024-233-3-75-84

21. Цапенков К.Д., Кураева Ю.Г., Сидорова Е.И., Штырлов А.Е., Зубрилин И.А. Влияние состава топлива на образование сажи в двигателях и энергоустановках. *Физика горения и взрыва*. 2024;60(4):63–75. https://doi.org/10.15372/FGV2023.9430

Tsapenkov KD, Kuraeva YuG, Sidorova EI, Shtyrlov AE, Zubrilin IA. Effect of Fuel Composition on Soot Formation in Engines and Power Plants. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 2024;60(4):63–75. https://doi.org/10.15372/FGV2023.9430

22. Лиханов В.А., Лопатин О.П. Исследование сажевыделения в тракторном дизеле, работающем на биотопливе. *Тракторы и сельхозмашины*. 2024;91(4):375–385. https://doi.org/10.17816/0321-4443-625783

Likhanov VA, Lopatin OP. Investigation of Carbon-Black Emissions of a Tractor Biofuel Diesel. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2024;91(4):375–385. https://doi.org/10.17816/0321-4443-625783

23. Likhanov VA, Kozlov AN, Araslanov MI. Investigation of the Portion Size of Rapeseed Oil for Ethanol Ignition in a Diesel Engine. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2020;548:62053. https://doi.org/10.1088/1755-1315/548/6/062053

Об авторах:

Виталий Анатольевич Лиханов, доктор технических наук, профессор, заведующий, кафедра «Тепловые двигатели автомобили и тракторы» Вятского государственного агротехнологического университета (610017, Российская Федерация, г. Киров, Октябрьский пр., 133), SPIN-код, ORCID, ScopusID, lihanov.va@mail.ru

Олег Петрович Лопатин, доктор технических наук, доцент, профессор, кафедра «Тепловые двигатели автомобили и тракторы» Вятского государственного агротехнологического университета (610017, Российская Федерация, г. Киров, Октябрьский пр., 133), SPIN-код, ORCID, ScopusID, nirs_vsaa@mail.ru

Заявленный вклад авторов:
В.А. Лиханов: разработка концепции, научное руководство.
О.П. Лопатин: написание черновика рукописи, визуализация.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Vitaly A. Likhanov, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department of Thermal Engines of Automobiles and Tractors, Vyatka State Agrotechnological University (133, Oktyabrsky Ave., Kirov, 610017, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, nirs_vsaa@mail.ru

Oleg P. Lopatin, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, Professor of the Department of Thermal Engines of Automobiles and Tractors, Vyatka State Agrotechnological University (133, Oktyabrsky Ave., Kirov, 610017, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, nirs_vsaa@mail.ru

Claimed Contributorship:
VA Likhanov: conceptualization, supervision.
OP Lopatin: writing – original draft preparation, visualization.

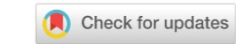
Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 20.03.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 18.04.2025
Принята к публикации / Accepted 24.04.2025

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE





УДК 621.03
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-99-111

Оригинальное эмпирическое исследование

Анализ температурных характеристик электролитно-плазменного разряда при струйной обработке металлического анода


EDN: DGHAFZ

А.И. Попов[1], **В.И. Новиков**[1,2], **Д.Н. Иванов**[1], **И.А. Козырский**[1] ✉

[1] Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация
[2] Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация
✉ kigor1846@gmail.com

Аннотация

Введение. Электролитно-плазменные технологии, применяемые для размерной и финишной обработки металлических поверхностей, привлекают внимание благодаря их высокой эффективности и точности. Ключевым фактором, определяющим качество обработки, является температура электролитно-плазменного разряда (ЭПР), влияющая на ионизацию электролита и свойства поверхности. Недостаток комплексных исследований температурных характеристик струйного ЭПР ограничивает оптимизацию процессов. Цель данного исследования — определить распределение температур и тепловых потоков в системе «струйный электролитический катод — металлический анод» при различных условиях обработки.

Материалы и методы. Исследования проводились с использованием струи электролита диаметром 3 мм с массовой скоростью потока 0,25–3,75 г/с при напряжении 20–500 В. В качестве анода применялись стали ХВГ и 08Х18Н9Т, электролиты — водные растворы NaCl, $(NH_4)_2SO_4$, $C_6H_8O_7$ с концентрацией 4–50 г/л. Температура измерялась хромель-алюмелевой термопарой, инфракрасным пирометром и тепловизором.

Результаты исследования. Разработано уравнение теплового баланса, описывающее распределение тепла между металлическим анодом (МА), струйным катодом, электролитом, паром и излучением. Анализ вольт-амперных характеристик (ВАХ) показал рост тока при низких расходах электролита (0,75–1,2 г/с) с последующим снижением при 300–500 В и параболическую зависимость с максимумом 2,6 А при расходе 2,37 г/с. Максимальная температура МА достигала 100 °С (NaCl, 4–35 г/л) и снижалась до 82 °С при 150 г/л, а полого катода — 158 °С при начальной температуре электролита 90 °С. Температура пара варьировалась от 67,3 (высокие расходы) до 87,5 °С (низкие расходы). Убыль электролита на испарение достигала 5,8 г при 300–340 В. Температура на периферии анода была на 15–20 % выше, чем в центре.

Обсуждение и заключение. В процессе формирования электрического разряда (ЭР) в приповерхностном электролитно-плазменном слое выделяется теплота за счет множества микроразрядов, возникающих из-за высокой напряженности электрического поля на вершинах микронеровностей, границах зерен, дислокациях, отдельных атомах, а также на отрицательно заряженных поверхностях, таких как жировые отложения или окисленные участки. Основным источником теплового потока является тепло, выделяемое по закону Джоуля-Ленца. До напряжения 260 В дополнительный вклад вносит экзотермическая реакция окисления углерода в стали. Сформированное тепло неравномерно распределяется между электролитом, МА, полым катодом, паром и излучением. Наибольшее тепловыделение наблюдается в зоне формирования ЭР в виде эллипсоида, где фиксируются максимальные температуры МА (до 100 °С), полого катода (до 158 °С) и пара (до 87,5 °С). Полученные данные и уравнение теплового баланса создают основу для оптимизации струйного электролитно-плазменного полирования в машиностроении, медицине и микроэлектронике.

Ключевые слова: электролитно-плазменный разряд, струйный катод, металлический анод, распределение температуры, тепловой баланс, струйная обработка, вольт-амперные характеристики, электролит

Благодарности. Авторы выражает благодарность графическому дизайнеру Диане Поповой за подготовку иллюстраций. Кроме того, авторы благодарят рецензента и редакцию журнала за компетентную экспертизу и ценные рекомендации по улучшению статьи.

Для цитирования. Попов А.И., Новиков В.И., Иванов Д.Н., Козырский И.А. Анализ температурных характеристик электролитно-плазменного разряда при струйной обработке металлического анода. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):99–111. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-99-111

Original Empirical Research

Analysis of Temperature Characteristics of Electrolytic-Plasma Discharge in Jet Processing of a Metal Anode

Alexander I. Popov[1], **Vitaly I. Novikov**[1,2], **Dmitry N. Ivanov**[1], **Igor A. Kozyrskiy**[1] ✉

[1] Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

[2] St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, St. Petersburg, Russian Federation

✉ kigor1846@gmail.com

Abstract

Introduction. Electrolytic plasma technologies used for dimensional and finishing processing of metal surfaces attract attention due to their high efficiency and precision. The key factor that determines the quality of processing is the temperature of the electrolytic-plasma discharge (EPD), which affects the ionization of the electrolyte and the properties of the surface. The lack of comprehensive studies of the temperature characteristics of jet EPD limits the optimization of processes. The research objective is to determine the distribution of temperatures and heat flows in the system “jet electrolytic cathode — metal anode” under various processing conditions.

Materials and Methods. The study was conducted using an electrolyte jet with a diameter of 3 mm and a mass flow rate of 0.25–3.75 g/s at a voltage of 20–500 V. KhVG and 08Kh18N9T steels were used as anodes, and the electrolytes were aqueous solutions of NaCl, $(NH_4)_2SO_4$, $C_6H_8O_7$, with a concentration of 4–50 g/l. The temperature was measured with a chromel-alumel thermocouple, an infrared pyrometer, and a thermal imager.

Results. A heat balance equation was developed, describing heat distribution among the metallic anode (MA), jet cathode, electrolyte, vapor, and radiation. The analysis of the volt-ampere characteristics (VAC) showed an increase in current at low electrolyte flow rates (0.75–1.2 g/s) followed by a decrease at 300–500 V, and a parabolic dependence with a maximum of 2.6 A at a flow rate of 2.37 g/s. The maximum MA temperature reached 100°C (NaCl, 4–35 g/L), decreasing to 82°C at 150 g/L, while the hollow cathode reached 158°C at an initial electrolyte temperature of 90°C. Vapor temperatures ranged from 67.3°C (high flow rates) to 87.5°C (low flow rates). Electrolyte loss due to evaporation reached 5.8 g at 300–340 V. The temperature at the periphery of the anode was 15–20% higher than in the center.

Discussion and Conclusion. The main source of heat was the Joule-Lenz law, with the contribution of exothermic reactions of carbon oxidation up to 260 V. The maximum heat release was observed in the EPD zone, forming an ellipsoid. The data obtained and the heat balance equation create the basis for optimizing jet electrolytic-plasma polishing in mechanical engineering, medicine, and microelectronics.

Keywords: electrolytic-plasma discharge, jet cathode, metallic anode, temperature distribution, heat balance, jet processing, volt-ampere characteristics, electrolyte

Acknowledgements. The authors would like to thank Diana Popova, graphic designer, for preparing the illustrations. In addition, we would like to thank the editorial team of the Journal and the reviewer for their competent expertise and valuable recommendations for improving the article.

For Citation. Popov AI, Novikov VI, Ivanov DN, Kozyrskiy IA. Analysis of Temperature Characteristics of Electrolytic-Plasma Discharge in Jet Processing of a Metal Anode. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):99–111. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-99-111

Введение. В настоящее время электролитно-плазменные технологии находят все большее применение в различных отраслях промышленности. Одной из наиболее перспективных сфер их использования является локальная обработка токопроводящих металлических поверхностей [1]. Этот метод характеризуется рядом технологических особенностей. В зависимости от условий формирования плазмы электрический разряд (ЭР) может протекать как при атмосферном давлении [2], так и в условиях низкого вакуума [3]. По способу подвода плазмы к поверхности изделия различают обработку ЭР на воздухе [4] и в электролитической ванне [5]. Возможен подвод струи электролита из металлической [6] или пластиковой трубки [7], а также с применением заглубленных токо-

подводов различных конструкций [8]. Состав рабочей среды, в которой используются водные растворы электролитов, может иметь концентрацию от долей процента [9] до их полного насыщения [10]. Известны случаи дополнительного введения в электролитную плазму в качестве рабочей среды инертных газов (Ar, Kr) [11]. По ориентации в пространстве различают разное направление потока (потоков) электролита (токоподвода) относительно изделия: сверху [12], снизу [13] и под углом [14]. Само изделие, в свою очередь, может быть расположено вертикально [14], горизонтально или под углом к оси струи (токоподвода) [10].

Формирование ЭР ограниченного объема предполагает перемещение его относительно поверхности обрабатываемого изделия в ручном режиме или по программе станка с ЧПУ (промышленного робота). При этом ЭР в зависимости от входных параметров формируется в режиме электролиза [15], электролитной плазмы [16] или комбинации этих процессов. Перемещение ЭР относительно поверхности металлического анода с заданной скоростью подачи обеспечивает достижение требуемых значений по безразмерной (размерной) обработке, точности выполняемого размера и требуемым параметрам: *Ra* — среднему арифметическому отклонению профиля и R_{max} — наибольшей высоте профиля материала.

Изучению технологий струйной фокусированной электролитно-плазменной обработки посвящена работа [17]. Особенностью процессов струйной электролитно-плазменной обработки, в сравнении с обработкой в электролитической ванне [18], можно назвать значительно более высокую скорость обработки, размерную и безразмерную обработку, локальную зону обработки, меньшую стоимость оборудования, более высокую точность обработки [19] и несравнимо более низкие параметры шероховатости [20]. Это открывает перспективы для еще более активного использования струйных методов обработки.

Однако широкому применению струйных технологий при использовании электролитического электрода и металлического анода препятствует отсутствие информации о рабочих температурах процесса в зоне обработки и на поверхности металлического анода. Данный факт является важным, поскольку многочисленные работы по плазменному нагреву изделий в проточных и неподвижных электролитах показывают наличие высоких температур, вплоть до температуры плавления [21]. К тому же исследования самих плазменных разрядов демонстрируют температуру плазмы от 1 400 до 4 000 °K [22].

Взаимодействие ЭР с металлическим анодом при превышении температуры фазовых превращений в сплавах снижает работоспособность изготовленных изделий. Исследований, выполненных в области комплексного распределения температур и тепловых потоков в системе «полый токоподвод — электролитический катод — МА — окружающая среда», ограниченное количество. Эти исследования, как правило, описывают только локальную часть системы.

Целью данной работы является анализ температур в системе, полученной электрическим разрядом между металлическим катодом и металлическим анодом при атмосферном давлении. Для ее достижения авторами решены следующие задачи: изучены вольт-амперные характеристики разряда, измерена температура пара, анода, полого катода (токоподвода), электролита в ванне приема, проведен анализ распределения тепловых потоков.

Материалы и методы. Исследован электрический разряд, формируемый в диапазоне напряжений (U = 20–500 В) при малых расходах электролита (0,25–3,75 г/с) и небольших межэлектродных промежутках (2–8 мм), для свободнопадающей струи электролита Ø3 мм на поверхность металлического анода при приложении постоянного напряжения смещения между металлическим анодом и трубкой полого катода.

Схема локальных мест измерения температур представлена на рис. 1.

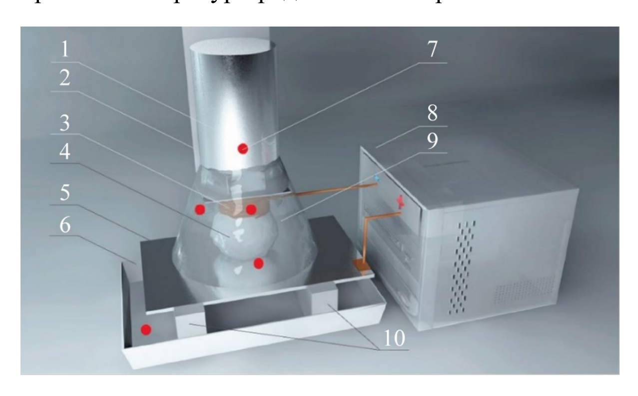


Рис. 1. Схема расположения мест измерения температуры: 1 — устройство подачи электролита; 2 — крепеж медной трубки (полого катода); 3 — медная трубка; 4 — вспененная электролитическая струя; 5 — металлический анод; 6 — ванна приема электролита; 7 — точки замеров температуры; 8 — источник питания; 9 —теплоизоляционный экран; 10 — опоры на изоляторах

Исследования проводились при комнатной температуре (Т = 20,0 °С) в диапазоне давления (9,9–10,1)×10^4 Па. Для МА были изготовлены 25 маркированных образцов диаметром 45×1 мм. Материал образцов — инструментальная сталь ХВГ. Также использовались образцы из нержавеющей стали 08Х18Н9Т размером 100×200×1 мм. Образцы из

стали ХВГ обрабатывались раствором NaCl в водопроводной воде при концентрации 3–160 г/л. Образцы из стали 08Х18Н9Т обрабатывались $(NH_4)_2SO_4$ в концентрации 2–55 г/л и $C_6H_8O_7$ в концентрации 10–35 г/л в водопроводной воде. Напряжение разряда варьировалось от 20 до 500 В с шагом в 20 вольт. Межэлектродный промежуток L изменяли в диапазоне от 2 до 8 мм. Напряжение и силу тока измеряли милливольтметром UT61B с точностью напряжения ± (0,5 % + 1) и тока ± (1,5 % + 3). Единица массовой скорости потока электролита G была равна 0,2–3,8 г/с. За фиксированную массу электролита для прохождения через трубку полого катода приняли массу 100 г. Убыль массы $\Delta_э$ определялась на весах с точностью до 5×10^{-5} кг. Убыль массы рассчитывали как разницу между начальной массой электролита, заливаемого в устройство подачи электролита, и конечной массой, собранной в ванне приема электролита после электрического разряда. Температура полого катода измерялась изолированным спаем хромель-алюмелевой термопары, установленным выше 2 мм от нижнего торца трубки токоподвода.

Температура МА измерялась установленной на расстоянии 0,3 мм от его поверхности термопарой, встроенной в защитный нержавеющий корпус. Измерение температуры производили контактным способом хромель-алюмелевой термопарой и бесконтактным способом инфракрасным пирометром TA601C и тепловизором Testo 875. Высота устройства подачи электролита над поверхностью образца составляла 300 мм. Образцам задавался угол наклона 3–5° для стекания электролита. Расстояние между МА и дном ванны приема электролита составляло 40 мм для стали ХВГ и 200 мм — для стали 08Х18Н9Т. 3D-модели моделировали в программе Cinema4D.

Результаты исследования. ***Исходный тепловой поток в ЭР.*** В многочисленных работах было показано, что диапазон рабочих напряжений *U* от 0 до 500 В можно условно отнести к двум основным процессам. Первый соответствует процессу анодного растворения при электролизе и широко применяется в промышленности в диапазоне 12–60 В. Он сопровождается интенсивным нагревом анода и в отдельных случаях используется для технологического нагрева заготовок. Второй процесс условно соответствует диапазону рабочих напряжений от 60 до 500 В и соответствует электролитно-плазменному процессу [15]. Данный процесс используется для нагрева материалов анода, химико-термической обработки, нанесения покрытий, микродугового оксидирования, очищения и полировки. Электролитно-плазменная обработка характеризуется широким диапазоном температур. Он зависит от соотношения размеров используемых токоподводов. Например, при погружении в электролитическую ванну двух токоподводов на меньшем из них начинается активно выделяться тепло. Так, петля из нихромовой проволоки толщиной 0,8 мм, размещенная вокруг пластины МА, локально разогревается и сгорает менее чем за 60 с, образуя шарик на ближнем к аноду конце.

При отношении размеров активного электрода к большему ≤ 3–5 на поверхности первого возникает «бурное выделение пузырьков газа» и с увеличением напряжения появляется «тонкая светящаяся плазменная оболочка» [16], переходящая (для анодных процессов) в анодную оболочку значительно больших размеров [8].

Зона взаимодействия МА с плазменной (парогазовой) оболочкой характеризуется размером, напряженностью, сопротивлением, ионизацией составляющих. Размеры электролитно-плазменной (анодной) оболочки для разных случаев могут составлять 10–500 мкм над поверхностью МА. Этому слою соответствует высокое сопротивление (удельная электропроводность слоя составляет $1{,}1\times10^5$ Ом·см$^{-1}$) [16].

При этом высокая напряженность электрического поля 10^4–10^6 В/м (в случае электролитической ванны) обеспечивает ионизацию составляющих воздуха, пара, электролита. С подъемом напряжения процесс сопровождается видимым свечением и наличием микроразрядов, возникающих преимущественно на вершинах микронеровностей, а при выравнивании поверхности — на блоках, дислокациях или отдельных атомах. Оболочка в зависимости от состава электролита имеет характерное свечение до белого с температурой электронного газа от 1 400 до 4 000 °К [22]. В зависимости от условий, материала МА, формы отрицательного токоподвода, концентрации и типа электролита, емкости и числа конденсаторов источника питания ЭР может принимать характер разряда, подобного тлеющему, искровому или дуговому.

Зона разряда в процессе электролиза и возникновения электролитно-плазменного разряда в рассматриваемом случае представляет собой локальную область. Это определяет тепловые потоки, распространяющиеся от данной области. Выделение теплоты в ЭР происходит на поверхности МА в зоне электролитно-плазменного слоя и направлено в МА, электролит, пар, полый катод и в окружающую среду в виде излучения.

Соотношение, связывающее выделение и расход теплоты в системе «полый катод – электролитический электрод — МА» в единицу времени, можно записать в общем виде уравнением теплового баланса:

$$\frac{dQ_1}{dt}+\frac{dQ_2}{dt}=\frac{dQ_4}{dt}+\frac{dQ_5}{dt}+\frac{dQ_6}{dt}+\frac{dQ_3}{dt}+\frac{dQ_7}{dt}. \quad (1)$$

Левая часть уравнения определяет исходное количество теплоты, выделяемой в электролитно-плазменном слое. Она складывается из $\frac{dQ_1}{dt}$ — количества теплоты, выделяющейся по закону Джоуля-Ленца, и $\frac{dQ_2}{dt}$ — количества теплоты, выделяющейся за счет окисления углерода в стали [13].

В правой части уравнения показаны тепловые потоки от зоны ЭР.

Выражения $\frac{dQ_5}{dt}, \frac{dQ_6}{dt}, \frac{dQ_4}{dt}, \frac{dQ_3}{dt}, \frac{dQ_7}{dt}$ — тепловые потоки, направленные в полый катод, стекающий электролит, МА и в окружающую среду в виде пара.

При определении параметров I и U для расчета исходного теплового потока, возникающего в ЭР, были получены вольт-амперные характеристики для раствора NaCl при разном расходе электролита — от 0,75 до 2,37 г/с. Показано, что в диапазоне напряжений от 20 до 500 В при низком расходе электролита G = 0,75 г/с и G = 1,20 г/с наблюдается рост тока электрического разряда с характерным снижением в диапазоне 300–500 В. При увеличении расхода электролита до G = 2,37 г/с в диапазоне 20–500 В кривая имеет вид пологой ветви параболы и максимальное значение силы тока 2,6 А. При этом плотность тока на МА может достигать 3,2–5,2×10^4 А/м².

Исследование вольт-амперной характеристики. До U = 240 В различие по току разряда между тремя кривыми лежит в диапазоне 0,2–0,4 А (рис. 2). После U = 240 В различия между кривыми 1 и 2 становятся более значимыми. Для кривых 2 и 3 в диапазоне U = 180–400 В наблюдается практически полное совпадение значений. Наиболее существенные различия между ними начинаются с точки U = 400 В и составляют от 0,4 до 1,4 А для наибольшего G = 2,37 г/с и наименьшего G = 0,75 г/с расхода электролита.

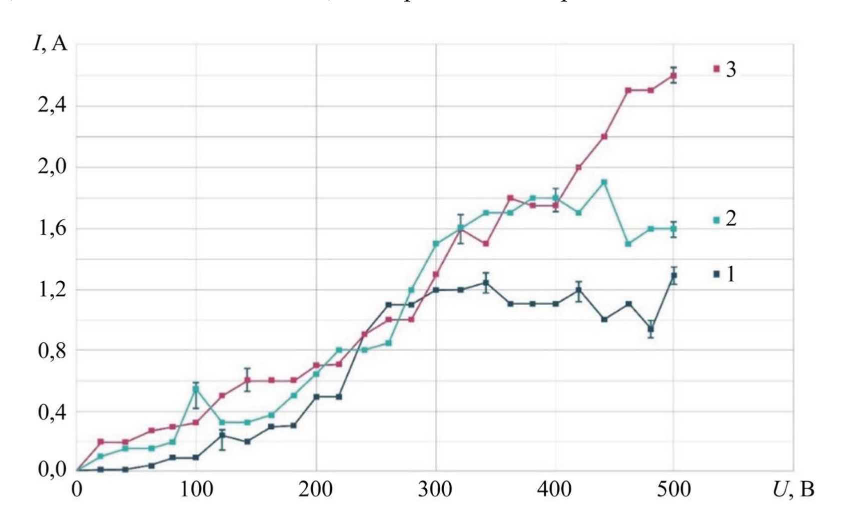


Рис. 2. Зависимость ВАХ электрического разряда между электролитическим катодом и МА от расхода электролита, МА — сталь ХВГ, концентрация NaCl — 4 г/л: 1 — G = 0,75 г/с; 2 — G = 1,20 г/с; 3 — G = 2,36 г/с

Исследование температуры МА. Исследование теплового потока в МА от ЭР проводилось на образце из стали ХВГ. Термопара в защитном корпусе из нержавеющей стали плотно фиксировалась с обратной стороны МА на расстоянии 0,3 мм от поверхности.

Температура МА измерялась при разных значениях концентрации электролита на основе NaCl. Значения температуры снимали после установившегося теплового потока (рис. 3).

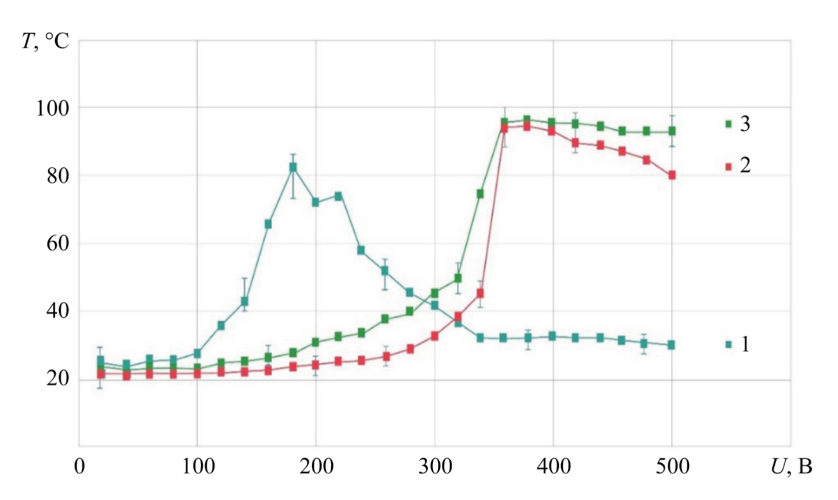


Рис. 3. Зависимость температуры МА от напряжения ЭР, МА — сталь ХВГ, G = 1,14 г/с, электролит с концентрацией NaCl: 1 — 4 г/л; 2 — 35 г/л; 3 — 150 г/л

Показано, что при концентрациях электролита NaCl, равной 4 и 35 г/л, до диапазона U = 320–340 В кривые имеют пологий характер, что может говорить об устойчивых процессах электролиза в этом промежутке и при данных концентрациях электролита. В диапазоне U = 320–360 В на этих кривых фиксируется резкий подъем температуры анода. Очевидно, что данная область является переходной, характеризующейся увеличением двойного слоя и изменением механизма переноса атомов МА.

Увеличение двойного слоя, изолирующего поверхность МА, происходит одновременно с ростом напряженности электрического поля. При превышении напряжения пробоя возникает микроразряд, разрушающий сформированную на поверхности непроводящую пленку. Зоной возникновения микроразряда при развитой шероховатости поверхности являются как вершины микронеровностей профиля поверхности, так и области между впадинами. Возникновение микроразряда на вершине и в области впадин обусловлено высокой напряженностью электрического поля. В первом случае причиной является сама форма выступа, а во втором случае — наличие высокого заряда на поверхности между впадинами. Он может быть обусловлен высоким отрицательным зарядом непроводящих пленок (загрязнений, анодного слоя, продуктов распыления).

Изменение механизма переноса материала с поверхности металлического анода осуществляется в два этапа. Сначала происходит химическое ослабление атомных связей под действием компонентов электролита, что облегчает отрыв электронов и атомов. Затем, при формировании микроразрядов, преобладающим становится тепловой механизм разрушения этих связей. Это вызывает дополнительную эмиссию электронов и способствует дальнейшему взаимодействию анода с электролитом, приводя к выносу его атомов в раствор.

В диапазоне U = 360–500 В фиксируется плавное снижение температуры для кривых 1 и 2, что может говорить об увеличении запирающего эффекта. Он характеризуется ростом непроводящей пленки, уменьшением тока разряда, увеличением мощности отдельных микроразрядов, но уменьшением числа, следовательно, и количества тепла, выделяемого в электролитно-плазменном слое.

При увеличении концентрации соли (NaCl) до 150 г/л (кривая 3) в электролите происходит смещение области максимальных температур в область более низких напряжений, с 360 до 180 В. Очевидно, что при этом происходит и снижение порога зажигания электролитно-плазменного разряда. В данном случае свечение малинового цвета, характерное для формирования электролитно-плазменного слоя, для NaCl фиксировалось уже при U = 140 В. Кроме этого, отмечено, что с увеличением концентрации электролита наблюдается снижение максимальной температуры до 82 °С. Для насыщенного раствора NaCl происходит формирование ЭР в форме усеченного с двух сторон эллипсоида при U = 160 В и U = 200 В. Это соответствует области максимальных температур.

В целом можно отметить, что температура вблизи поверхности контакта с электролитной плазмой на металлическом аноде не превышает 100 °С. Характерным для кривых 1 и 2 является перепад в области напряжений U = 320–340 В. Это определяет переход к ЭР в форме усеченного с двух сторон эллипсоида с максимальной температурой [9].

Исследование температуры полого катода. Температуру полого катода измеряли фиксацией спая термопары изолированного от поверхности токоподвода. Спай термопары устанавливали на наружной стороне токоподвода выше 2 мм от нижнего торца трубки. Зафиксировано, что для всех опытов (рис. 4, кривые 1, 2, 3), имеющих разную начальную температуру электролита на входе полого катода, характерны области с практически постоянной температурой. Эти области включают в себя диапазон напряжений U = 20–260 В.

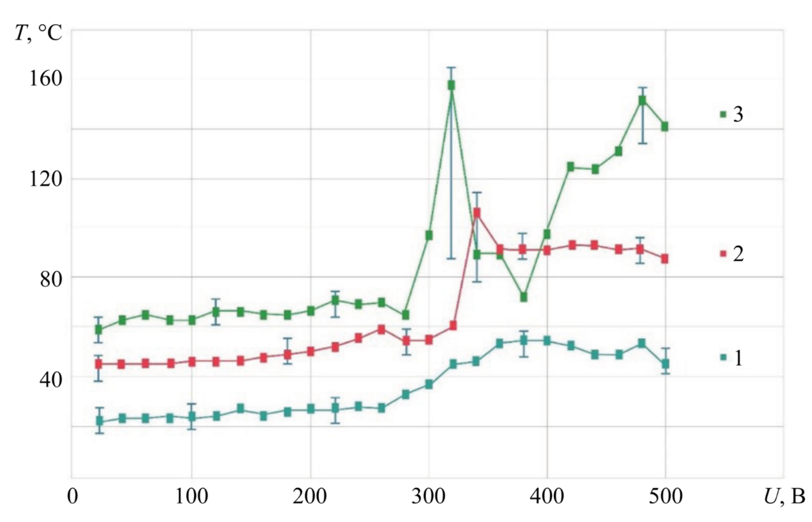


Рис. 4. Зависимость температуры полого катода от напряжения при использовании электролита с концентрацией NaCl — 4 г/л, МА — сталь ХВГ, G = 1,06 г/с: 1 — Т = 21 °С; 2 — Т = 50 °С; 3 — Т = 90 °С

Отмечено, что при начальной температуре электролита (T =21 °С), подаваемого в полый катод, температура поверхности трубки токоподвода в месте измерения не превышала 60 °С (кривая 1). Это в целом согласуется с данными, полученными авторами работы [2].

Повышение исходной температуры электролита до T = 50 °C показывает, что в диапазоне U = 20–340 В температура полого катода практически не изменяется (кривая 2). Однако со значения U = 340 В фиксируется резкий рост температуры до 105 °C. После чего температура падает в среднем до 90 °C.

Для начальной температуры электролита T = 90 °C в диапазоне U = 20–280 В (кривая 3) наблюдается падение температуры с учетом потерь в трубопроводе до T = 60–70 °C. Однако запас энергии в виде дополнительного тепла электролита, помещённого в зону ЭР, смещает суммарный пиковый рост температуры в область более низкого напряжения. При U = 320 В температура достигает кратковременного пикового значения — 158 °C. После чего наблюдается резкое снижение температуры и повторный рост до 151 °C при U = 480 В.

Исследование температуры электролита после ЭР. Оценку теплового потока от электролитно-плазменного слоя в электролит определяли с учетом разности полученных температур на входе в полый катод и на выходе из ЭР в ванне сбора электролита. Измерение температуры проводили в потоке стекающего электролита в ванну. В зависимости от скорости потока стекание происходило каплями или струей. При заполнении ванны приема электролитом, прошедшим через ЭР, замеряли его температуру. Время падение температуры на 1 °C для 0,1 кг электролита, попавшего в ванну приема, составляло около 60 с. Охлаждением капли или струи во время падения пренебрегли. Результаты измерений представлены на рис. 5. При повышении напряжения ЭР, сформированного электролитическим катодом и МА, наблюдается плавное повышение температуры отработанного электролита. До U = 220 В характерной особенностью является то, что все семейство кривых лежит в диапазоне ≤ 10 °C. Скорость потока электролита оказывает неоднозначное влияние на температуру электролита в ванне приема. При увеличении расхода электролита до G = 1,2 г/с наблюдается рост температуры со сдвигом в меньший диапазон напряжений. Это можно объяснить повышением числа заряженных частиц при увеличении скорости потока электролита. С ростом расхода электролита до G = 2,37 г/с в диапазоне U= 200–500 В наблюдается более низкая температура, что может говорить о более быстром прохождении электролита через ЭР и меньшей удельной мощности на единицу объема для нагрева электролита. При этом максимальная температура собранного в ванне приема электролита для всех трех скоростей потока электролита не превышает 55 °C.

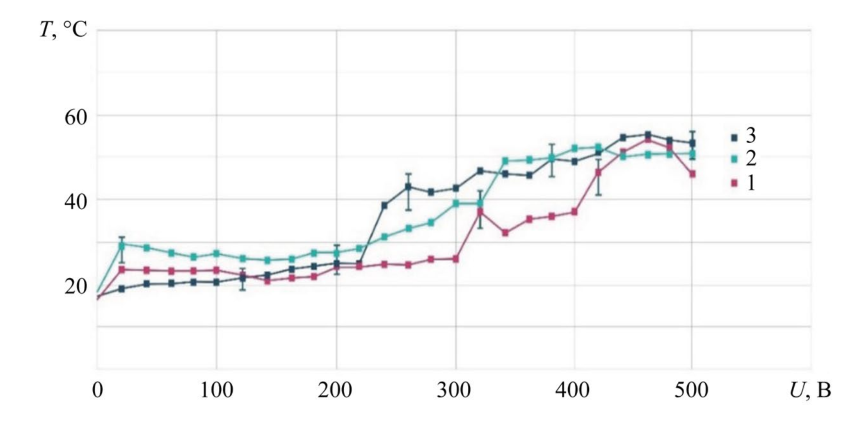


Рис. 5. Зависимость температуры стекающего электролита в ванне приема от напряжения разряда, МА — сталь ХВГ, концентрация NaCl — 4 г/л: 1 — G = 2,36 г/с; 2 — G = 1,20 г/с; 3 — G = 0,75 г/с

Исследование температуры пара. Для исследования температуры пара ЭР использовано устройство, представленное в работе [13], состоящее из конуса, выполненного из теплоизоляционного материала. На вершине конуса установлена хромель-алюмелевая термопара. Это позволяет локализовать испаряемый и распыляемый электролит в ограниченном объеме и замерить его усредненную температуру. Полученные экспериментальные данные представлены на рис. 6.

Исследования показали, что при расходе электролита G = 1,2–2,36 г/с до U = 200 В температура пара ЭР незначительно отличается от комнатной и имеет небольшое повышение в диапазоне 220–300 В. При напряжении U = 260–420 В наблюдается резкий подъем температуры пара до 67,3 °C, пропорциональный мощности разряда между электролитическим катодом и МА. Затем наблюдается незначительное снижение температуры пара до 56,3 °C. После U = 420 В фиксируется падение температуры пара за счет изменения геометрической формы электролитно-плазменного разряда.

Для низких расходов электролита (G = 0,75 г/с и G = 1,2 г/с) наблюдается резкий рост температуры пара до 87,5 °C в диапазоне U = 180–300 В для кривых 2 и 3, имеющих вид экспоненты. Такая разница в температуре пара может говорить о том, что при G = 2,36 г/с и практически равной мощности разряда объёмный расход электролита, локализуемого электромагнитным полем в ЭР, в 2–3 раза больше. Поэтому при увеличении объемного расхода электролита мощности электрического разряда, выделяемого в электролитно-плазменном слое, не хватает для перевода части жидкости в пар.

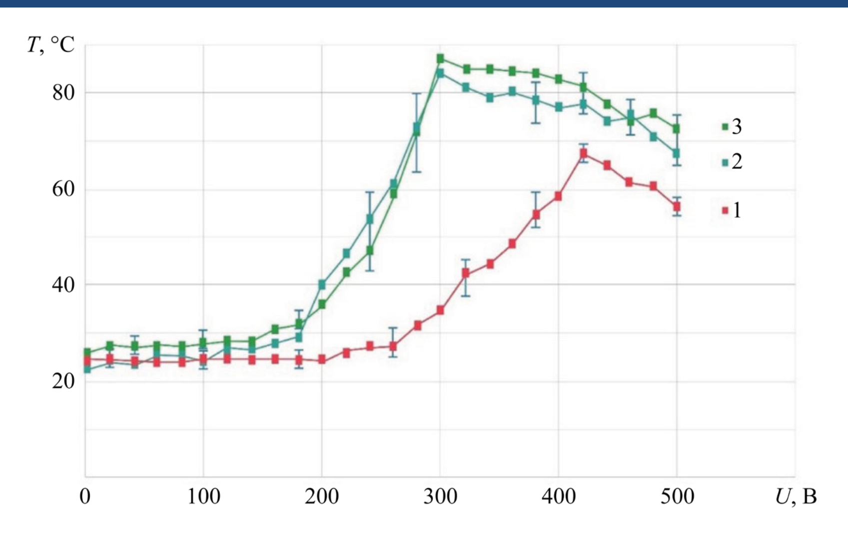


Рис. 6. Зависимость температуры пара, формируемого ЭР, от напряжения,
МА — сталь ХВГ, концентрация NaCl — 4 г/л: 1 — G = 2,36 г/с; 2 — G = 0,75 г/с; 3 — G = 1,20 г/с

Убыль электролита, расходуемого на испарение. Изменение объема электролита фиксировали после пропускания 0,1 кг электролита через полый катод при формировании ЭР. Отработанный электролит собирали в ванну приема и повторно взвешивали. Рост температуры ЭР при G = 2,37 г/с начинался с U = 220 В и приводил к увеличению переноса электролита в виде пара в окружающую среду для всех исследуемых скоростей потока (рис. 7). При напряжении U = 300 В фиксировалось увеличение расхода электролита на испарение только для малых его расходов при пропускании через полый катод: G = 0,75 г/с и G = 1,20 г/с до 5,50–5,80 г.

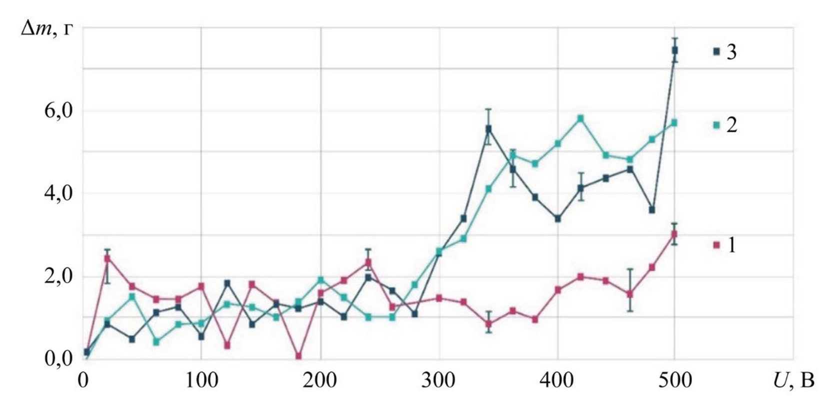


Рис. 7. Зависимость убыли массы электролита от напряжения разряда, концентрация NaCl — 4 г/л,
МА — сталь ХВГ: 1 — G = 2,36 г/с; 2 — G = 0,75 г/с; 3 — G = 1,20 г/с

Характерным увеличением убыли массы электролита для G = 0,75 г/с в точке U = 340 В является зона формирования усеченного с двух сторон эллипсоида [9]. После U = 400 В для всех трех кривых наблюдается уменьшение массы электролита, поступающего в ванну приема, что ведет к росту температуры и увеличению расхода электролита за счет интенсивного испарения.

В целом это можно объяснить увеличением теплового потока от электролитно-плазменного слоя в зону ЭР и ростом его температуры. При этом необходимо уточнить, что парогазовая оболочка ЭР, сформированная под действием электромагнитного поля при увеличении напряжения, обладает большей подвижностью отдельных элементов разряда — пузырьков, их постоянное перемещение вокруг оси разряда происходит за счет сил Лоренца и дипольного момента. Это приводит к интенсивной передаче молекул с границы раздела «пузырек — окружающая среда». Еще одним фактором, который вносит значительный вклад в испарение электролита, является ионизация пузырьков. В работе [9] показано, что ионизация ЭР, хорошо фиксируемая особенно в верхней части разряда, начинается с оболочки пузырька. С ростом напряжения разряда идет увеличение ионизации составляющих, их поверхностной энергии и, следовательно, происходит снижение энергии отрыва молекул газа с поверхности пузырьков.

Особенность скорости прохождения электролита. При измерении скорости прохождения 0,1 кг электролита через ЭР авторами были зафиксированы следующие особенности (рис. 8). При повышении напряжения между электродами скорость прохождения электролита не является постоянной и имеет разные значения. Это характерно для всех трех исследуемых скоростей потока электролита.

Наибольшей стабильностью отличается режим G = 1,20 г/с (кривая 2). Однако при напряжении U = 340 В наблюдается резкое снижение скорости прохождения потока электролита — более чем в два раза, по сравнению с исходной.

При высокой исходной скорости электролита G = 2,3 г/с с увеличением напряжения разряда U = 20–300 В увеличивается скорость потока. При дальнейшем увеличении напряжения U от 300 до 460 В также фиксируется замедление скорости потока электролита. Наиболее ярко замедление скорости потока можно проследить при G = 0,75 г/с. В этом случае (кривая 3) наблюдается четко выраженный подъем. При этом скорость прохождения электролита уменьшается до двух раз.

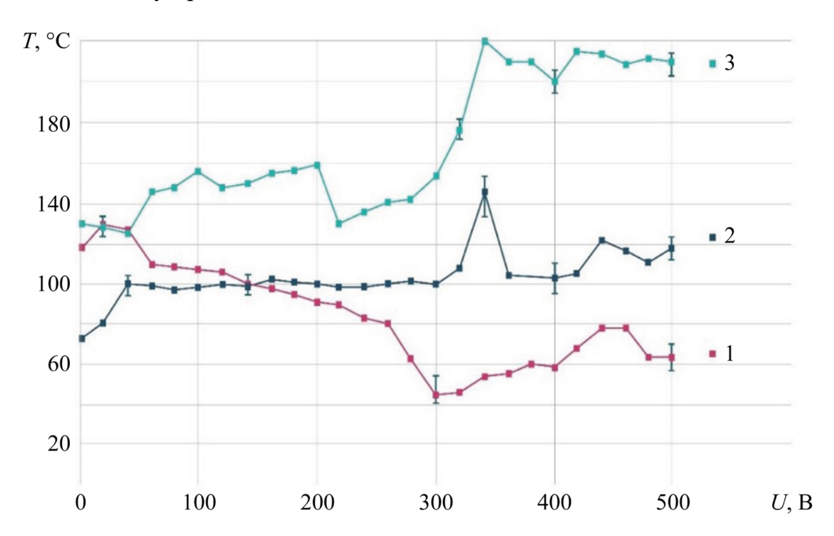


Рис. 8. Зависимость времени пропускания 100 г электролита через разряд от напряжения, концентрация NaCl — 4 *г/л*, МА — сталь ХВГ: 1 — G = 2,37 г/с; 2 — G = 1,20 г/с; 3 — G = 0,75 г/с

Измерение температурного поля ЭР тепловизором. Измерение зоны ЭР тепловизором показало рост температур до 100 °С. Электролит с начальной температурой 23–26 °С направляли на МА из нержавеющей стали 08Х18Н9Т размером 100×200×1 мм. При этом фиксировали максимальную температуру ЭР.

При исследовании электролитно-плазменного разряда при разных объемных расходах, концентрациях и химических составах электролита было установлено, что температура ЭР не превышает 100 °С (рис. 9).

Характерными особенностями процесса являются два основных фактора. Первый — это близость расположения кривых, второй — снижение температуры после достижения максимума. Снижение температуры после достижения максимума можно объяснить изменением условий контактного взаимодействия, ростом удельного сопротивления и переходом от электрохимического процесса к электролитно-плазменному.

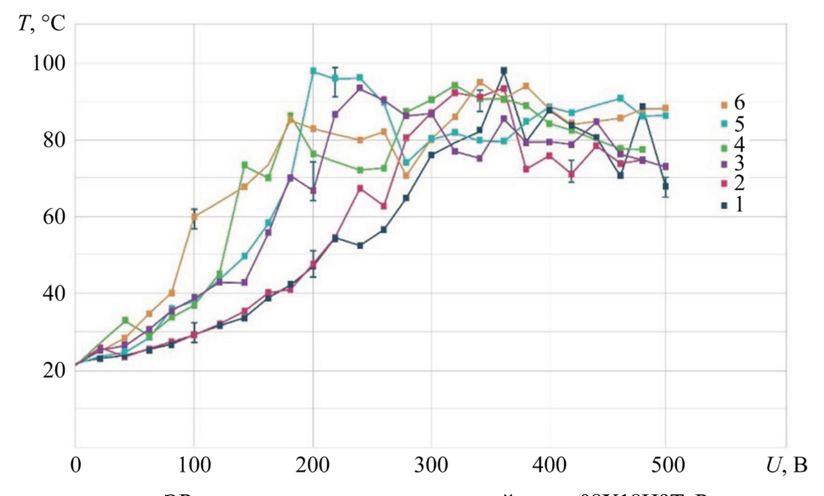


Рис. 9. Зависимость температуры ЭР от напряжения на нержавеющей стали 08Х18Н9Т. Расходы, концентрации и составы растворов следующие: электролит $(NH_4)_2SO_4$ — 2,7 г/л: 1 — G = 0,94 г/с; 2 — G = 1,86 г/с; 3 — G = 2,78 г/с; 4 — G = 3,71 г/с; 5 — электролит $(NH_4)_2SO_4$ — 2,7 г/л, G = 1,86 г/с; 6 — электролит $(NH_4)_2SO_4$ — 15 г/л и $C_6H_8O_7$ — 15 г/л, G = 2,51 г/с

Отмечено, что при контакте падающих капель стекающего с МА электролита с закрепленной ниже пластинкой катода фиксируется максимальная температура 167 °С.

Исследование температуры на поверхности металлического анода. При струйных течениях электрического разряда по поверхности МА было зафиксировано неравномерное распределение температуры. Периферия электролитического разряда в струйных течениях имеет на 15–20 % более высокую температуру, чем в центральной области электролита. Анализ температур на поверхности МА представлен на рис. 10.

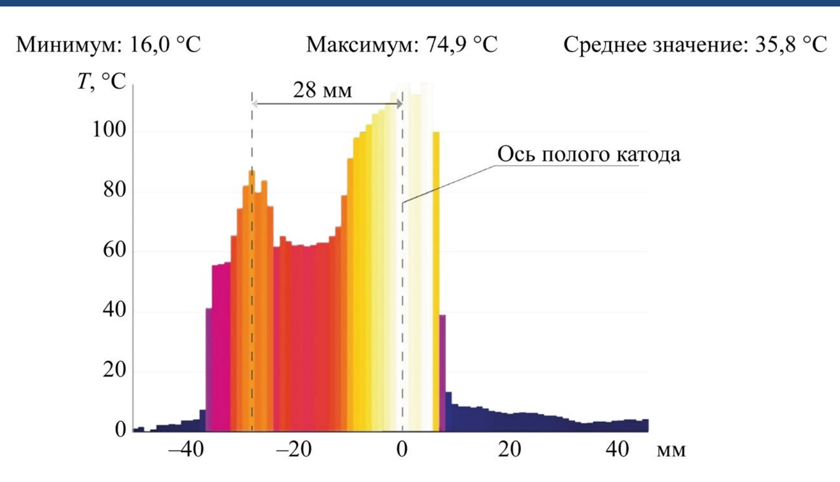


Рис. 10. Температура на поверхности МА; анод — нержавеющая сталь 08Х18Н9Т

Оценка тепловых потоков ЭР. Анализ распределения тепловых потоков показывает, что он состоит из входящего потока, сформированного теплотой, образующейся по закону Джоуля-Ленца (Q_1) и теплотой, образующейся за счет окисления углерода в стали (Q_2). Исходящий поток состоит из теплоты, направленной в окружающую среду в виде пара — Q_3; теплоты, направленной в анод — Q_4; теплоты, направленной в полый катод — Q_5; теплоты, направленной в электролит — Q_6; теплоты, направленной в окружающую среду в виде излучения — Q_7. Распределение тепловых потоков для ЭР в форме усеченного с двух сторон эллипсоида показано на рис. 11. Максимальное количества теплоты Q_3 направлено в окружающую среду в виде пара и составляет около 58 %. Существенную величину составляет и поток Q_4, направленный в металлический анод (около 21 %).

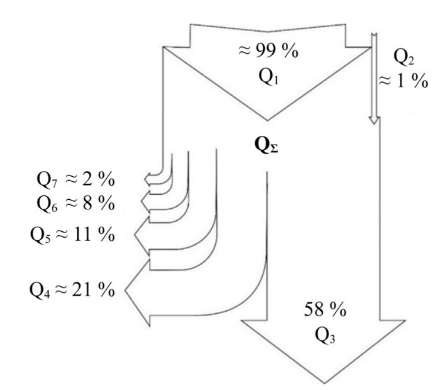


Рис. 11. Распределение тепловых потоков для электрического разряда в форме усеченного с двух сторон эллипсоида

Расчет количества теплоты для уравнения теплового баланса показывает общую картину распределения тепловых потоков в диапазоне рабочих напряжений от 20 до 500 В (рис. 12). На расчетной кривой видно, что количество теплоты Q_6, направленное в электролит, имеет практически постоянный характер на всем отрезке напряжений. При этом в диапазоне высоких напряжений значения Q_1 почти в 20 раз превышают Q_6. В целом величина Q_6 составляет в среднем 10 % от величины Q_1.

Расчетное значение Q_3 в диапазоне до 260 В превышает Q_1. Очевидно, величина экзотермических реакций в данном диапазоне не учтена и вносит значительный вклад в суммарный тепловой поток. Величина Q_3 оставляет в среднем 50–70 % от Q_1.

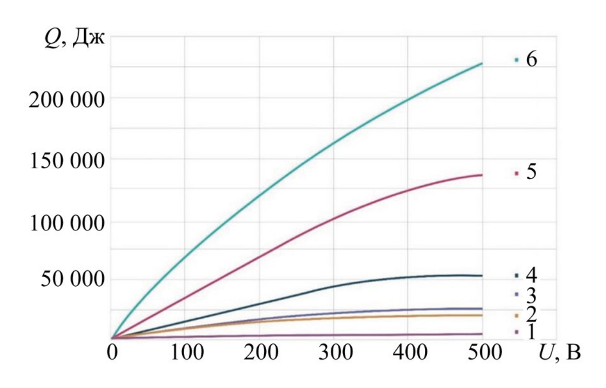


Рис. 12. Соотношение тепловых потоков в диапазоне рабочих напряжений от 20 до 500 В:
1 — Q_7; 2 — Q_6; 3 — Q_5; 4 — Q_4; 5 — Q_3; 6 — Q_1

Обсуждение и заключение. В результате проведённого исследования теплового состояния системы, сформированной электролитическим катодом и металлическим анодом, можно подтвердить, что в заданном геометрическом соотношении металлического анода и полого катода и исследуемых объемных расходах электролита максимальные температуры на аноде не превышают значения 100 °C, а максимальные температуры системы — 167 °C.

Полученные результаты согласуются с данными, приводимыми другими исследователями и опубликованными в последнее время. Например, в работе [23] по струйной электролитно-плазменной полировке (PEP-Jet) нержавеющей стали AISI 316L отмечается, что температура электролита в диапазоне 68–90 °C стабилизирует парогазовый слой, что согласуется с полученными авторами данными о температурах процесса, соответствующими области кипения электролита (до 167 °C). Однако в работе [23] акцент сделан на коррозионную стойкость, а не на комплексный тепловой баланс, в отличие от проведенного исследования. Данные в работе [24] указывают на то, что оптимальная температура электролита (80 °C) обеспечивает эффективное формирование парогазового слоя при напряжении 300 В, что близко к полученным пиковым температурам в зоне эллипсоида ЭР, несмотря на различие в применяемых методиках исследования. Работа [25] по ЭПО сплава Inconel 718 моделирует тепловой поток на границе газ — жидкость при температуре 70–85 °C и напряжении 250–350 В, что подтверждает приведенные выводы об основной роли напряжения в формировании теплового потока. Однако в [25] не рассматривается неравномерное распределение температуры по поверхности анода. В исследовании [26] по ЭПО стали 316L при 90 °C акцентируется внимание на микроуровневых электрохимических реакциях, но не анализируется электрогидравлический эффект, вызывающий кавитацию и ударные волны, что замедляет поток электролита при низких расходах (0,75–1,2 г/с) и увеличивает температуру, и который является значимым фактором роста температуры при малых расходах электролита. Данное явление, вероятно, связано с локальной спецификой струйного разряда, которая требует дальнейшего изучения [27].

Максимальная зафиксированная температура катода в исследовании составляла 167 °C, что не превышает температуры фазовых превращений для большинства конструкционных материалов, обеспечивая их работоспособность. Это согласуется с выводами [24] и [25], в которых отмечается, что температуры процесса также остаются ниже критических значений для материалов. Данные температуры, измеренной различными методами, подтверждают, что процесс происходит в области кипения электролита, что соответствует данным [23] и [26] о температурных диапазонах 68–90 °C.

Ещё одна особенность — неравномерное распределение температуры электролита на поверхности МА. Значение температуры электролита, растекающегося по поверхности, не является единой или убывающей к периферии. Примечательно, что ее значение падает в центре и растет на периферии — периферийные зоны на 15–20 % горячее центральных. Аналогичное явление также не описано другими исследователями, поскольку распределение температуры либо не анализировалось, либо считалось равномерным. Причинно-следственная связь этого эффекта остаётся неясной и требует дальнейших исследований. Изучение данного вопроса является темой последующих работ.

Список литературы / References

1. Quitzke S, Danilov I, Martin A, Morgenstern R, Lampke Th, Schubert A. Simulation-Assisted Process Design and Experimental Verification of Laterally Confined Oxide Areas Generated with Continuous Electrolytic Free Jet on EN AW-7075 Aluminum Alloy. *Micromachines.* 2023;14(2):293. https://doi.org/10.3390/mi14020293

2. Bagautdinova LN, Gaisin FM. A Multichannel Discharge in Conducting Liquid at Atmospheric Pressure. *High Temperature.* 2010;48:126–128. https://doi.org/10.1134/S0018151X10010153

3. Gaisin AlF, Son EE. Vapor-Air Discharges between Jet Electrolytic Cathode and Metal Anode at Low Pressure. *High Temperature.* 2010;48:447–450. https://doi.org/10.1134/S0018151X10030223

4. Nagulin KYu, Terent'ev AA, Belov MD, Gil'mutdinov AKh. Electrolytic-Plasma Jet Polishing of Additively Manufactured Gas Turbine Engine Components. *Russian Aeronautics.* 2022;65(4):822–830. https://doi.org/10.3103/S1068799822040237

5. Danilov I, Hackert-Oschätzchen M, Zinecker M, Meichsner G, Edelmann J, Schubert A. Process Understanding of Plasma Electrolytic Polishing through Multiphysics Simulation and Inline Metrology. *Micromachines.* 2019;10(3):214. https://doi.org/10.3390/mi10030214

6. Гайсин Ал.Ф., Гайсин Ф.М., Басыров Р.Ш., Каюмов Р.Р., Мирханов Д.Н., Петряков С.Ю. Электрофизические и тепловые процессы в условиях горения разряда с жидким (неметаллическим) катодом. *Теплофизика высоких температур.* 2023;61(4):484–491. https://doi.org/10.31857/S004036442304004X

Gaisin AlF, Gaisin FM, Basyrov RSh, Kayumov RR, Mirkhanov DN, Petryakov SYu. Electrophysical and Thermal Processes under Conditions of Discharge Combustion with a Liquid (Non-Metallic) Cathode. *High Temperature.* 2023;61(4):484–491. (In Russ.) https://doi.org/10.31857/S004036442304004X

7. Viet D Bui, Martin A, Berger Th, Steinert P, Schubert A. Antibacterial Surface Protection using Electrical Discharge Machining with Zinc Tool Electrode for Medical Devices. *Procedia CIRP.* 2024;125:278–283. https://doi.org/10.1016/j.procir.2024.08.058

8. Дьяков И.Г., Белкин В.С., Шадрин С.Ю., Белкин П.Н. Особенности теплообмена при анодной электролитно-плазменной обработке цилиндрических деталей *Электронная обработка материалов.* 2014;50(4):65–75. URL: https://eom.usm.md/index.php/journal/article/view/eom.2014.50.4.65 (дата обращения: 10.02.2025).

Dyakov IG, Belkin VS, Shadrin SYu, Belkin PN. Heat Transfer Peculiarities at Anode Plasma Electrolytic Treatment of Cylindrical Pieces. *Electronic Processing of Materials.* 2014;50(4):65–75. (In Russ.) URL: https://eom.usm.md/index.php/journal/article/view/eom.2014.50.4.65 (accessed: 10.02.2025).

9. Popov AI, Novikov VI, Radkevich MM. Characteristics of the Development of Electric Discharge between the Jet Electrolyte Cathode and the Metal Anode at Atmospheric Pressure. *High Temperature*. 2019;57(4):447–458. https://doi.org/10.1134/S0018151X19030118

10. Куликов И.С., Ващенко С.В., Каменев А.Я. *Электролитно-плазменная обработка материалов*. Минск: Издательский дом «Беларуская навука»; 2010. 232 с.

Kulikov IS, Vashchenko SV, Kamenev AYa. *Electrolytic-Plasma Processing of Materials*. Minsk: Publ. House "Belaruskaya navuka"; 2010. 232 p. (In Russ.)

11. Witzke M, Rumbach P, Go DB, Sankaran RM. Evidence for the Electrolysis of Water by Atmospheric-Pressure Plasmas Formed at the Surface of Aqueous Solutions. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2013;46:129601. https://doi.org/10.1088/0022-3727/45/44/442001

12. Valentinčič J, Koroth JE, Zeidler H. Advancements in Surface Finish for Additive Manufacturing of Metal Parts: A Comprehensive Review of Plasma Electrolytic Polishing (PEP). *Virtual and Physical Prototyping*. 2024;19:1–23. https://doi.org/10.1080/17452759.2024.2364222

13. Радкевич М.М., Новиков В.И., Попов А.И., Тюхтяев М.И. Анализ тепловых явлений при струйной фокусированной электролитно-плазменной обработке. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2016;254(4):141–150. https://doi.org/10.5862/JEST.254.15

Radkevich MM, Novikov VI, Popov AI, Tyukhtyaev MI. The Analysis of Thermal Phenomena under Jet Focused Electrolytic Plasma Processing. *St. Petersburg Polytechnic University Journal: Physics and Mathematics*. 2016;254(4):141–150. (In Russ.) https://doi.org/10.5862/JEST.254.15

14. Кревсун Э.П., Куликов И.С. *Устройство для электролитно-плазменной обработки токопроводящего изделия*. Патент на изобретение Республики Беларусь № 16101. 2012.

Krevsun EP, Kulikov IS. *Device for Electrolytic-Plasma Treatment of Conductive Products*. BY Patent No. 16101. 2012. (In Russ.)

15. Словецкий Д.И., Терентьев С.Д., Плеханов В.Г. Механизм плазменно-электролитного нагрева металлов. *Теплофизика высоких температур*. 1986;24(2):353–363. URL: https://www.mathnet.ru/rus/tvt4939 (дата обращения: 03.02.2025).

Slovetskii DI, Terent'ev SD, Plekhanov VG. A Plasma-Electrolyte Metal Heating Mechanism. *High Temperature*. 1986;24(2):353–363. (In Russ.) URL: https://www.mathnet.ru/rus/tvt4939 (accessed: 03.02.2025).

16. Алексеев Ю.Г., Королев А.Ю., Паршуто А.Э., Нисс В.С. Электролитно-плазменная обработка при нестационарных режимах в условиях высокоградиентного электрического поля. *Наука и техника*. 2017;16(5):391–399. https://doi.org/10.21122/2227-1031-2017-16-5-391-399

Alekseyev YuG, Korolyov AYu, Parshuto AE, Niss VS. Electrolyte-Plasma Treatment under Non-Stationary Mode in a High-Gradient Electric Field. *Science & Technique*. 2017;16(5):391–399. (In Russ.) https://doi.org/10.21122/2227-1031-2017-16-5-391-399

17. Quitzke S, Kröning O, Safranchik D, Zeidler H, Danilov I, Martin A, et al. Design and Setup of a Jet-Based Technology for Localized Small Scale Plasma Electrolytic Polishing. *Journal of Manufacturing Processes*. 2022;75:1123–1133. https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2022.01.064

18. Danilov I, Paul R, Hackert-Oschätzchen M, Zinecker M, Quitzke S, Schubert A. Random Sequential Simulation of the Resulting Surface Roughness in Plasma Electrolytic Polishing of Stainless Steel. *Procedia CIRP*. 2020;95:981–986. https://doi.org/10.1016/j.procir.2020.02.255

19. Hackert-Oschätzchen M, Meichsner G, Zinecker M, Martin A, Schubert A. Micro Machining with Continuous Electrolytic Free Jet. *Precision Engineering*. 2012;36(4):612–619. https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2012.05.003

20. Nestler K, Böttger-Hiller F, Adamitzki W, Glowa G, Zeidler H, Schubert A. Plasma Electrolytic Polishing – An Overview of Applied Technologies and Current Challenges to Extend the Polishable Material Range. *Procedia CIRP*. 2016;42:503–507. https://doi.org/10.1016/J.PROCIR.2016.02.240

21. Guo QJ, Zhao YJ, Ni GH, Li L, Lin QF, Sui SY, et al. N2/H2 Non-Thermal Transferred Arc Plasma Nitriding Treatment of Stainless Steel at Atmospheric Pressure. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 2020;40(6):1525–1537. https://doi.org/10.1007/s11090-020-10103-0

22. Баринов Ю.А., Школьник С.М. Разряд с жидким неметаллическим катодом (водопроводная вода) в потоке воздуха атмосферного давления. *Журнал технической физики*. 2016;86(11):155–158. https://doi.org/10.21883/jtf.2016.11.43833.1833

Barinov YuA, Shkol'nik SM. Discharge with a Liquid Nonmetallic Cathode (Tap Water) in Atmospheric-Pressure Air Flow. *Technical Physics*. 2016;86(11):155–158. (In Russ.) https://doi.org/10.21883/jtf.2016.11.43833.1833

23. Ghezri A, Pratama K, Scholl YV, Küenzi AM, Nelis T, Burger J, et al. Energy Efficient Jet Polishing via Electrolytic Plasma Enhances Corrosion Resistance in Stainless Steel. *MDPI*. 2024;8(6):289. https://doi.org/10.24451/dspace/11365

24. Gangqiang Ji, Longfei Ma, Liyun Wu. Effect of the Gas Layer Evolution on Electrolytic Plasma Polishing of Stainless Steel. *Scientific Reports*. 2024;14:22099. https://doi.org/10.1038/s41598-024-74263-1

25. Chuanqiang Zhou, Ning Qian, Honghua Su, Zhao Zhang, Wenfeng Ding, Jiu-hua Xu. Effect of Energy Distribution on the Machining Efficiency and Surface Morphology of Inconel 718 Nickel-Based Superalloy Using Plasma Electrolytic Polishing. *Surface and Coatings Technology*. 2022:441(15):128506. https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2022.128506

26. Gangqiang Ji, Longfei Ma, Sunan Zhang, Juan Zhang, Liyun Wu. Study of Electrochemical Behavior and a Material Removal Mechanism During Electrolytic Plasma Polishing of 316L Stainless Steel. *Materials*. 2025;18(6):1307. https://doi.org/10.3390/ma18061307

27. Sirota VV, Zaitsev SV, Limarenko MV, Churikov AS, Podgornyi DS. The effect of the introduction of B4C on the adhesive and cohesive properties of self-fluxing coatings. *Construction Materials and Products*. 2024;7(6):5. https://doi.org/10.58224/2618-7183-2024-7-6-5

Об авторах:

Александр Иннокентьевич Попов, кандидат технических наук, доцент, «Высшая школа машиностроения» института машиностроения материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, popov_ai@spbstu.ru

Виталий Иванович Новиков, кандидат технических наук, доцент, «Высшая школа машиностроения» института машиностроения, материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29), доцент, кафедра «Судебных экспертиз» Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета (190005, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, 4), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, novikov_vi@spbstu.ru

Дмитрий Николаевич Иванов, аспирант, «Высшая школа машиностроения» института машиностроения материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29), SPIN-код, ORCID, ivanov5.dn@edu.spbstu.ru

Игорь Алексеевич Козырский, студент 4 курса, «Высшая школа машиностроения» института машиностроения материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29), ORCID, kozyrskij.i@edu.spbstu.ru

Заявленный вклад авторов:
А.И. Попов: разработка концепции, научное руководство.
В.И. Новиков: формальный анализ, проведение исследования.
Д.Н. Иванов: проведение исследования, написание черновика рукописи.
И.А. Козырский: проведение исследования, написание черновика рукописи, визуализация.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Alexander I. Popov, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Higher School of Mechanical Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (29, Politekhnicheskaya Str., St. Petersburg, 195251, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, popov_ai@spbstu.ru

Vitaly I. Novikov, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Higher School of Mechanical Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (29, Politekhnicheskaya Str., St. Petersburg, 195251, Russian Federation), Associate Professor of the Department of Forensic Science, St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (4, 2nd Krasnoarmeiskaya Str., St. Petersburg, 190005, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, novikov_vi@spbstu.ru

Dmitry N. Ivanov, Postgraduate Student, Higher School of Mechanical Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (29, Politekhnicheskaya Str., St. Petersburg, 195251, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ivanov5.dn@edu.spbstu.ru

Igor A. Kozyrskiy, 4th year student majoring in Mechanical Engineering Technology, Higher School of Mechanical Engineering, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (29, Politekhnicheskaya Str., St. Petersburg, 195251, Russian Federation), ORCID, kozyrskij.i@edu.spbstu.ru

Claimed Contributorship:
AI Popov: conceptualization, supervision.
VI Novikov: formal analysis, investigation.
DN Ivanov: investigation, writing – original draft preparation.
IA Kozyrskiy: investigation, writing – original draft preparation, visualization.

Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 20.04.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 14.05.2025
Принята к публикации / Accepted 26.05.2025

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE




УДК 621.03.01
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-112-119

Оригинальное теоретическое исследование

Метод контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин их отказов



EDN: BSPTKA

А.Т. Рыбак, **С.В. Теплякова** ✉, **А.В. Ольшевская**, **А.С. Пруцков**
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ svet-tpl@mail.ru

Аннотация
Введение. При конструировании на этапе проведения расчетов закладывается большой запас прочности деталей и узлов, что не исключает преждевременные отказы, имеющие случайный характер. Последствиями таких отказов являются не только экономические потери, но и угрозы безопасности людям и окружающей среде. В современной литературе недостаточно освещена тема оценки надежности машин, рассматриваемых как сложные вероятностные системы, учитывающие не только динамические параметры при эксплуатации, но и технологические процессы изготовления составных деталей системы. Поэтому для обеспечения целенаправленного управления надежностью машин, как сложных технических систем, необходимо применять принципы кибернетики. Цель данной работы — исследование метода контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин их отказов.
Материалы и методы. Материалами для исследования послужили статистические данные отказов деталей машин, полученные путем многолетнего наблюдения за работоспособным состоянием базовых деталей подъемно-транспортных, дорожных и строительных машин. В работе применялась математическая статистика и теория вероятностей — параметрический метод оценивания надежности по упрощенному подходу, предполагающему детерминированное поведение машины как системы с заранее определенным функционированием, не зависящим от внешних обстоятельств. Значение запаса прочности принято на уровне больше единицы.
Результаты исследования. Определена степень влияния неопределенности исходных значений процесса эксплуатации, конструктивных особенностей, технологии изготовления деталей машин и возникающих в них неисправностей на итоговую вероятность безотказной работы и надежность машин.
Обсуждение и заключение. Анализ теории проверочных расчетов машин подтвердил соответствие полученных результатов нормативным требованиям. Проведенные исследования доказывают, что машины являются детерминированными системами, поведение которых заранее определяется расчетом. Поэтому можно утверждать, что разработанный метод контроля надежности технических систем, основанный на выявлении энтропии причин отказов, позволит устанавливать количественную и качественную взаимосвязь между конструкцией, материалом, размером, технологией изготовления деталей машин и отказами, возникающими в них.

Ключевые слова: система контроля надежности, энтропия, машина, отказ, детерминированная система

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции журнала и рецензентам за внимательное отношение к статье и указанные замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Рыбак А.Т., Теплякова С.В., Ольшевская А.В., Пруцков А.С. Метод контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин их отказов. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):112–119. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-112-119

Original Theoretical Research

A Method for Monitoring the Reliability of Technical Systems by Identifying the Entropy of the Causes of their Failures

Alexander T. Rybak, **Svetlana V. Teplyakova** ✉, **Anastasiya V. Olshevskaya**, **Alexey S. Prutskov**
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ svet-tpl@mail.ru

Abstract
Introduction. Under designing, a large safety margin of components and units is included at the calculation stage, which does not exclude premature failures that occur at random. The consequences of such failures are not only economic losses, but also threats to the safety of people and the environment. In modern literature, the topic of assessing the reliability of machines, considered as complex probabilistic systems that take into account not only the dynamic parameters under operation, but also the processes of manufacturing the components of the system, is not sufficiently covered. Therefore, to provide for the targeted management of the reliability of machines as complex technical systems, it is required to apply the principles of cybernetics. The research objective is to study the method of monitoring the reliability of technical systems by identifying the entropy of the causes of their failures.
Materials and Methods. The materials for the study were statistical data on machine part failures obtained through long-term observation of the working condition of basic parts of lifting-and-shifting machines, as well as road and construction machines. The paper used mathematical statistics and probability theory — a parametric method for assessing reliability with a simplified approach, which assumes the deterministic behavior of the machine as a system with a predetermined functioning that does not depend on external circumstances. The value of the safety margin is taken at a level greater than one.
Results. The degree of impact of the uncertainty of the reference values of the operating process, design features, manufacturing technique of machine parts and the malfunctions that occur in them, on the final probability of failure-free operation and reliability of machines is determined.
Discussion and Conclusion. The analysis of the theory of verification calculations of machines confirmed the compliance of the obtained results with regulatory requirements. The conducted studies have proven that machines are deterministic systems, whose behavior is specified in advance by the calculation. Therefore, it can be argued that the developed method of monitoring the reliability of technical systems, based on identifying the entropy of the causes of failures, will allow establishing a quantitative and qualitative relationship between the design, material, size, manufacturing technique of machine parts, and failures that occur in them.

Keywords: reliability control system, entropy, machine, failure, determined system

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board and reviewers for their attentive attitude to the article and the comments indicated, which allowed us to improve its quality.

For Citation. Rybak AT, Teplyakova SV, Olshevskaya AV, Prutskov AS. A Method for Monitoring the Reliability of Technical Systems by Identifying the Entropy of the Causes of their Failures. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):112–119. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-112-119

Введение. Технологический прогресс и постоянное усложнение технических систем и оборудования делают надежность ключевым фактором при определении эффективности их эксплуатации. Важность обеспечения требуемого уровня надежности сложных технических объектов обусловлена не только возможным появлением экономических издержек, но и возникновением угроз безопасности для людей и окружающей среды.

Проведение прочностных расчетов при проектировании машин показывает принятие значительных запасов прочности деталей, исключающих возможность возникновения поломок. Поэтому можно ошибочно предположить, что неисправности и отказы обусловлены ошибками при проектировании и/или невысоким качеством изготовленных механизмов. Действительно, просчеты конструкторов и расчетчиков, некачественно изготовленные детали или материалы могут являться причиной отдельных поломок и неисправностей [1]. В процессе доводки подавляющее большинство ошибок устраняется, однако это не приводит к значительному повышению надежности машины [2].

Как показывают ранее проведенные исследования, причины отказов имеют случайный характер, а факторы, влияющие на уровень случайности, могут включать в себя изменения следующих параметров: интервал между отказами, порядок выхода из строя деталей или узлов, время восстановления работоспособности машины и т. д. Поэтому машина, как сложная комплексная система, проявляет различные степени неопределенности в процессе своего функционирования, что связано с энтропией и делает ее вероятностной системой [3]. Проведенный анализ литературы показал недостаточную проработку вопроса о контроле уровня зависимости надежности сложной системы не только от процесса эксплуатации, но и от технологического процесса изготовления составных деталей системы.

Метод управления уровнем надежности технических систем с целенаправленным выявлением энтропии причин отказов, связывающий конструкцию, материал, размер, технологию изготовления и особенности эксплуатации деталей, позволит прогнозировать частоту и интенсивность отказов, а это положительно повлияет на уровень безотказной работы всего механизма.

Поэтому цель представленной работы заключалась в исследовании метода контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин отказов, позволяющих устанавливать количественные и качественные связи конструкций, материалов, размеров и технологий изготовления деталей машин с возникающими в них отказами.

Материалы и методы. Материалами для исследования послужили данные об отказах базовых деталей подъемно-транспортных, дорожных и строительных машин, полученные в результате многолетнего наблюдения за их состоянием. Анализ такой информации подтвердил, что практический уровень надежности машин закладывается в процессе их проектирования. Те или иные решения, принимаемые в процессе конструирования и доводки машин, в конечном счете определяют их надежность как совокупность безотказности, долговечности и ремонтопригодности [4–5]. Как показывает практика, отказы в работе машин — достаточно частые явления, в разной степени влияющие на безопасность и размер причиняемого ущерба (рис. 1).

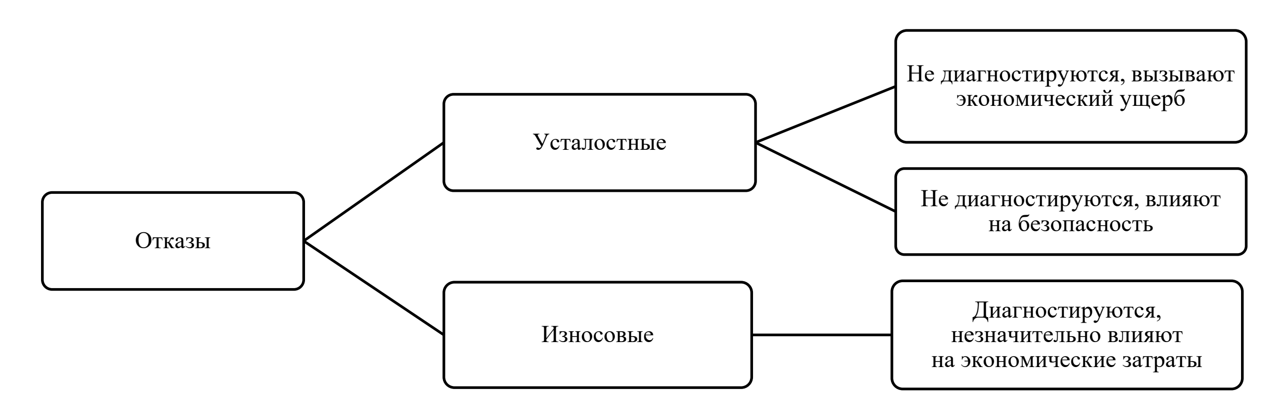


Рис. 1. Причины отказов в работе машин

Как известно, в настоящее время расчеты на надежность узлов и деталей машин не выполняются. Вместе с тем конструктор, устанавливая определенные размеры и форму деталей, принимая величину запаса прочности, назначая марку стали, режим термообработки, чистоту поверхности, характер сопряжения и взаимодействия с другими деталями, определяет (хотя и неосознанно) надежность деталей, узлов и машины в целом [6]. Поэтому параметры надежности машин, изготовляемых в строгом соответствии с техническими условиями, полностью определяются проектной организацией — автором конструкции машины [7].

В процессе серийного изготовления возможны отступления от чертежей, технических условий, явный и скрытый брак и т.п. Имеющиеся в некоторых случаях в технической документации нечеткие технические условия на изготовление и приемку деталей и узлов допускают их вольную трактовку в сторону ухудшения качества. Для того чтобы по возможности устранить явные дефекты, перед сдачей машин в эксплуатацию применяют их предварительную обкатку под нагрузкой [8]. Однако многие машины из-за отсутствия необходимых площадей обкатку не проходят. Поэтому на начальном этапе эксплуатации машины случаются так называемые приработочные отказы, частота которых зависит от качества изготовления машины и постепенно уменьшается до нуля. Плохое качество сборки приводит к необходимости дополнительного технического обслуживания машин в начальный период их эксплуатации.

Следует отметить, что приработочные отказы обусловлены наиболее грубыми дефектами в изготовлении машин. Однако скрытые дефекты (низкое качество термообработки и сварки, ниже регламентированной прочность применяемых материалов, плохо выполненное уплотнение и т.п.) проявляются в дополнительных отказах [9]. Таким образом, конструкторская организация определяет все параметры надежности машин, то есть безотказность, долговечность и ремонтопригодность в течение всего срока их эксплуатации [10–12]. Завод-изготовитель в большей или меньшей степени понижает степень надежности машин, что проявляется главным образом в начале их эксплуатации.

Еще более значительный урон наносят так называемые преждевременные отказы, они влекут за собой значительные экономические издержки, а также могут быть опасны для здоровья и жизни людей [13].

Как показывает практика, надежность, как наука, не теряет своей актуальности со временем, и в конечном счете целью управления надежностью является выявление ее количественных параметров и активное воздействие на них. Это управление заключается в осуществлении связи между эксплуатацией машин, их проектированием и изготовлением [14].

Вопросы рационального управления сложными вероятностными системами любой природы (от сложных автоматических самонаводящихся систем до живого организма или сообщества) с динамическими параметрами рассматривает кибернетика. Эти процессы управления включают в себя сбор, передачу, хранение и обработку информации. При анализе сложной системы также учитывается информация из внешней среды, которая влияет на поведение и состояние системы [15]. Управление основано на принципе обратной связи, который позволяет связать контролируемый процесс с рассматриваемой системой.

Исходя из принципов кибернетики, процессом эксплуатации машин можно управлять путем уменьшения простоев, снижения объемов ремонтных работ и увеличения срока службы [16]. Для обеспечения процесса управления со стороны завода-изготовителя и/или проектно-конструкторского института необходима настройка обратной связи, то есть получение исчерпывающей информации об эксплуатационной надежности машины. Для получения достоверных результатов применяют установки, которые позволяют проводить ресурсные испытания в условиях, приближенных к реальным.

Возникает вопрос о содержании и специфике информации, подходящей для целенаправленного управления надежностью машин для исследования метода контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин отказов, чтобы учесть меру неопределенности рассматриваемой физической системы [17]. Такой величиной в кибернетике является энтропия, которая определяется как сумма произведений вероятностей различных состояний системы, умноженная на логарифмы этих вероятностей, взятых с обратным знаком.

$$H = -\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot log\, P_i, \tag{1}$$

где P_i — вероятность i-го состояния системы; n — число возможных состояний системы.

Энтропия позволяет учитывать величину устраненной неопределенности. Обратный знак показывает направленность процессов для обозначения неэквивалентности прямого (наступление отказа) и обратного (восстановление работоспособности) процессов в реальных условиях эксплуатации.

Машины, как сложные системы, состоят из элементов — деталей. Каждую деталь/узел машин можно рассматривать как простую систему, находящуюся в двух состояниях: исправном или неисправном. Таким образом, становится ясно, что степень неопределенности эксплуатации i-й детали можно определить с помощью формулы [18,19]:

$$H = -\left[K_{ip} \cdot log\, K_{ip} + K_{in} \cdot log\, K_{in} \right], \tag{2}$$

где K_{ip} — коэффициент готовности i-й детали; K_{in} — вероятность неисправного состояния детали.

Коэффициент готовности детали определяется следующей зависимостью:

$$K_{ip} = \frac{T_i}{T_i + T_{iB}}, \tag{3}$$

где T_i — наработка на отказ i-ой детали, т. е. среднее время её безотказной работы; T_{iB} — среднее время восстановления машины при выходе из строя i-ой детали.

Относительная продолжительность простоев детали:

$$K_{in} = 1 - K_{ip}, \tag{4}$$

или

$$K_{in} = \frac{T_i}{T_i + T_{iB}}. \tag{5}$$

Надежность детали определяется сроком ее службы. Если $t = Tp$ — срок службы детали, то закон распределения срока службы:

$$Q_{(t)} = Tp\{Tp < t\}. \tag{6}$$

Эта функция есть вероятность отказа детали до момента Tp. Она полностью определяет надежность данной детали [20, 21].

А плотность распределения этой функции получила название частоты отказов:

$$q_{(t)} = \frac{dQ_{(t)}}{dt}. \tag{7}$$

Между наработкой на отказ детали и ее показателями надежности имеет место следующая приближенная зависимость:

$$T_{(t)} = \frac{\left[1 - Q_{(t)}\right]^2}{q(t)}. \tag{8}$$

В статистической теории надежности параметры надежности детали выражаются вероятностью безотказной работы $F(t)$ и интенсивностью отказов $\lambda(t)$, которые определяются следующими формулами:

$$F_{(t)} = 1 - Q(t), \tag{9}$$

$$\lambda(t) = \frac{q(t)}{F(t)}. \tag{10}$$

Отсюда

$$Q_{(t)} = 1 - F(t), \tag{11}$$

$$q_{(t)} = F(t)\lambda(t). \tag{12}$$

Подставляя выражение для $Q(t)$ и $q(t)$ в уравнение (7), получим:

$$T(t) = \frac{q(t)}{\lambda(t)}. \tag{13}$$

Тогда коэффициент готовности детали:

$$K_{ip} = \frac{F_1(t)}{F_1(t) + \lambda_1(t)T_{iB}}, \tag{14}$$

а относительная продолжительность простоев детали:

$$K_{ip} = \frac{\lambda_1(t)\cdot T_{iB}}{F_1(t) + \lambda_1(t)T_{iB}}. \tag{15}$$

Подставим выражения (11) и (12) в (2) и получим уравнение для энтропии детали:

$$H_1(t) = -\left[\frac{F_1(t)}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}} log \frac{F_1(t)}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}} + \frac{\lambda_1(t)\cdot T_{iB}}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}} log \frac{\lambda_1(t)\cdot T_{iB}}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}}\right]. \tag{16}$$

Понимая, что отказы деталей машины независимыми друг от друга, машину с кибернетической точки зрения можно представить как сложную систему, полученную объединением простых систем — составляющих машину деталей [19].

Поэтому, согласно теореме сложения энтропий, при объединении независимых систем их энтропии складываются. Значит, энтропия работы машины определяется по следующей формуле:

$$H(t) = \sum_{i=1}^{m} H_i(t), \tag{17}$$

где m — число деталей, составляющих машину.

Подставляя сюда значение $H_i(T)$, получаем формулу для определения энтропии отказов всей машины:

$$H_1(t) = \sum_{i=1}^{m}\left[\frac{F_1(t)}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}} log \frac{F_1(t)}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}} + \frac{\lambda_1(t)\cdot T_{iB}}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}} log \frac{\lambda_1(t)\cdot T_{iB}}{F_1(t)+\lambda_1(t)T_{iB}}\right]. \tag{18}$$

Авторы статьи полагают, что значение энтропии, полученное для всей машины, имеющей значительный отработанный ресурс, будет стремиться к единице.

Результаты исследования. В качестве примера в исследовании была определена энтропия одной из базовых деталей погрузчика — стрелы, у которой коэффициент готовности (вероятность, что стрела погрузчика в данный момент находится в работоспособном состоянии), принятый производителем, равен K_{ip} = 0,9, а относительная продолжительность простоев K_{in} = 0,1. Энтропия детали, согласно зависимости (2), составит:

$$H = -\left[0{,}9\,log\,0{,}9 + 0{,}1\,log\,0{,}1\right] = 0{,}14.$$

При увеличении коэффициента готовности до K_{ip} = 0,95 энтропия H стремится к нулю:

$$H = -\left[0{,}95\,log\,0{,}95 + 0{,}05\,log\,0{,}05\right] = 0{,}08.$$

Если рассматривать вопрос замены стрелы, то длительность составит примерно одну рабочую смену, но затраты в этом случае будут высокими, так как включают в себя приобретение новой стрелы (примерно 112 тыс. рублей). Ремонт стрелы выходит дешевле по комплектующим, но его длительность возрастает на порядок в зависимости от сложности ремонта.

То есть, если рассмотреть стрелу погрузчика, у которой коэффициент готовности заявлен производителем равным K_{ip} = 0,9, а относительная продолжительность простоев K_{in} = 0,1, то энтропия составит:

$$H_1(t) = -\left[\frac{0,9}{0,9\cdot 0,1\cdot 10} log \frac{0,9}{0,9\cdot 0,1\cdot 10} + \frac{0,1\cdot 10}{0,9\cdot 0,1\cdot 10} log \frac{0,1\cdot 10}{0,9\cdot 0,1\cdot 10}\right] =$$
$$= -\left(0,47\, log\, 0,47 + 0,5\, log\, 0,5\right) = -\left(0,32 + (-28)\right) = 0,6.$$

Таким образом, определена степень влияния неопределенности исходных значений на итоговую вероятность безотказной работы и, как следствие, на надежность машины. Разработан метод контроля надежности технических систем, основанный на выявлении энтропии причин отказов, учитывающий количественную и качественную связи между конструкцией, материалом, размерами и технологией изготовления деталей машин с возникающими в них отказами.

Обсуждение и заключение. Исследование метода контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин отказов представляет собой прием упрощения расчетов, заключающийся в детерминизации работы машины [5]. Применение в расчетах энтропии позволяет учитывать величину неопределенности взаимосвязи количественных и качественных характеристик с конструктивными особенностями, материалами, размерами и технологическими процессами изготовления деталей машин, и возникающими в них неисправностями.

Проведенное исследование этой взаимосвязи показывает, что энтропия работы погрузчика, изменяющаяся со временем, определяется характеристиками надежности и условиями восстановления компонентов машины (узлов и деталей).

Энтропия сложной системы машины увеличивается с увеличением срока ее эксплуатации. Это подтверждается увеличением частоты усталостных процессов, пластических деформаций и степенью износа. При достижении определенного уровня энтропии эксплуатация машины ограничивается и производится капитальный ремонт, что способствует снижению энтропии работы машины.

В процессе целенаправленного управления эксплуатационной надежностью машины очень важным является точность поступающей информации о состоянии системы. Такая информация должна содержать фактическую, изменяющуюся во времени надежность (безотказность н ремонтопригодность) всех составляющих машину элементов — узлов и деталей.

Очевидно, что достижение нулевой энтропии машины, как сложной системы, возможно не только путем анализа количественных показателей надежности компонентов, но и путем выявления причин отказов. Тогда объем исследуемой информации при изучении выборочной партии исследуемых объектов (деталей, узлов, машин), получаемой в процессе эксплуатации, значительно увеличивается. Проведение специального анализа позволяет определить причины отказов элементов и дать четкие рекомендации по их устранению.

Таким образом, авторами в представленной работе доказано, что рассмотренный в исследовании метод контроля надежности технических систем путем выявления энтропии причин отказов позволяет эффективно контролировать надежность сложных систем, учитывая не только эксплуатационные причины отказов, но и особенности конструкции, материалы, размеры, технологию изготовления деталей. Применение данного метода контроля надежности сложных систем даст возможность разработать систему управления надежностью с выявлением причин отказов. Это приведет к тому, что машина перестанет рассматриваться как вероятностная система и вместо этого будет рассматриваться как детерминированная система, где изменение надежности заранее определяется расчетами. Хотя потребность в управлении надежностью уменьшается, контроль надежности, вероятно, останется важным требованием для предотвращения возможных ошибок при проектировании машины.

Список литературы / References

1. Ferrian F, Cornetti P, Marsavina L, Sapora A. Finite Fracture Mechanics and Cohesive Crack Model: Size Effects through a Unified Formulation. *Frattura ed Integrità Strutturale.* 2022;16(61):496–509. https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.61.33

2. Касьянов В.Е. *Принципы создания машины абсолютной безотказности*. Депонированная рукопись, № 1-В2014. Москва: ВИНИТИ РАН; 2014. 9 с.

Kasyanov VE. *Principles of the Creation of an Absolute Trouble-Free Machine*. Deposited Manuscript, No. 1-B2014. Moscow: VINITI RAN; 2014. 9 p. (In Russ.)

3. Doronin SV, Reizmunt EM, Rogalev AN. Erratum to: “Problems on Comparing Analytical and Numerical Estimations of Stressed-Deformed State of Structure Elements”. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability.* 2018;47(4):387–387. https://doi.org/10.3103/S1052618818040167

4. Махутов Н.А., Албагачиев А.Ю., Алексеева С.И., Ахметханов Р.С., Баранов Ю.В., Ванин Г.А. и др. *Прочность, ресурс, живучесть и безопасность машин*. Монография. Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ»; 2008. 574 с.

Makhutov NA, Albagachiev AYu, Alekseeva SI, Ahhmethhanov RS, Baranov YuV, Vanin GA, et al. *Durability, Resource, Survivability and Safety of Machines*. Monograph. Moscow: LIBROKOM; 2008. 574 p. (In Russ.)

5. Труханов В.М. Расчет проектной надежности технических систем по постепенным отказам. *Контроль. Диагностика*. 2015;(1):70–72. https://doi.org/10.14489/td.2015.01.pp.070-072

Trukhanov VM. Calculation of Design Reliability of Technical Systems on Gradual Breakdowns. *Testing. Diagnostics*. 2015;(1):70–72. https://doi.org/10.14489/td.2015.01.pp.070-072

6. Лепихин А.М., Москвичев В.В., Доронин С.В. Надежность, живучесть и безопасность сложных технических систем. *Вычислительные технологии*. 2009;14(6):58–70. URL: http://www.ict.nsc.ru/jct/annotation/1333 (дата обращения: 13.01.2025).

Lepikhin AM, Moskvichev VV, Doronin SV. Reliability, Survivability and Safety for Complex Technical Systems. *Computational Technologies*. 2009;14(6):58–70. (In Russ.) URL: http://www.ict.nsc.ru/jct/annotation/1333 (accessed: 13.01.2025).

7. Lepikhin AM, Moskvichev VV, Doronin SV, Makhutov NA. Probabilistic Modeling of Safe Crack Growth and Estimation of the Durability of Structures. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures.* 2000;23(5):395–401. https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2000.00303.x

8. Клюев В.В. *Неразрушающий контроль*. Справочник. В 8 т. 2-е изд., испр. Москва: Машиностроение; 2008. 560 с.

Klyuev VV. *Non-Destructive Testing*. Handbook. In 8 vol. 2nd rev. ed. Moscow: Mashinostroenie; 2008. 560 p. (In Russ.)

9. Лепихин А.М. Неразрушающий контроль и оценка опасности дефектов сварки на стадии эксплуатации оборудования. *Вопросы материаловедения*. 2007;51(3):208–213.

Lepikhin AM. Non-Destructive Testing and Risk Assessment of Welding Defects at the Equipment Operation Stage. *Voprosy Materialovedeniya.* 2007;51(3):208–213.

10. Биргер И.А. *Техническая диагностика.* 2-е изд. Москва: ЛЕНАНД; 2018. 238 с.

Birger IA. *Technical Diagnostics*. 2nd ed. Moscow: LENAND; 2018. 238 p. (In Russ.)

11. Клюев В.В. (ред.), Лозовский В.Н., Савилов В.П. *Диагностика деталей машин и механизмов.* В 2 ч. Ч. 1. Москва: Спектр; 2017. 176 с.

Klyuev VV (ed), Lozovsky VN, Savilov VP. *Diagnostics of Machine Parts and Mechanisms*. In 2 parts. Part 1. Moscow: Spektr; 2017. 176 p. (In Russ.)

12. Zaitseva M, Popov S, Marchenko J, Dontsov N, Nemtseva E. Truck Maintenance Frequency Optimization, Taking into Account an Increase in Its Operational Reliability. In book: Guda A (ed). *Networked Control Systems for Connected and Automated Vehicles*, Vol. 2. P. 1863–1871. Cham: Springer; 2023.

13. Дерюшев В.В., Теплякова С.В., Зайцева М.М. Оценка безопасности производственных объектов по предельным значениям безотказности машин. *Безопасность техногенных и природных систем*. 2023;7(2):58–69. https://doi.org/10.23947/2541-9129-2023-7-2-58-69

Deryushev VV, Teplyakova SV, Zaitseva MM. Production Facilities Safety Assessment according to the Maximum Values of Machine Reliability. *Safety of Technogenic and Natural Systems.* 2023;7(2):58–69. https://doi.org/10.23947/2541-9129-2023-7-2-58-69

14. Теплякова С.В. Обоснование концепции создания практически безотказных машин. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*. 2021;210(2):41–45. https://doi.org/10.17213/1560-3644-2021-2-41-45

Teplyakova SV. Justification of the Concept of Creating Practically Trouble-Free Machines. *University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series.* 2021;210(2):41–45. https://doi.org/10.17213/1560-3644-2021-2-41-45

15. Шамбадаль П. *Развитие и приложения понятия энтропии*. Москва. Издательство «Наука»; 1967. 278 с.

Shambadal P. *Development and Applications of the Concept of Entropy*. Moscow: Nauka; 1967. 278 p. (In Russ.)

16. Deryushev VV, Zaitseva MM, Evseev DZ, Kosenko EE. Concentration of Thermal Stresses in Metal Materials and Constructions under Local Heating. *Materials Science Forum.* 2019;974:729–734. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.974.729

17. Kasyanov VE, Kosenko EE, Kosenko VV, Demchenko DB, Khvan RV. Checking the Adequacy of the Technical and Economic Model for Ensuring a Target Life of an Individual Production Machine. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2021;1083:012066. http://doi.org/10.1088/1757-899X/1083/1/012066

18. Дулесов А.С., Федоренко Н.С., Байшев А.В. Оценка возможностей измерения количества энтропии в анализе надежности технических систем. *Вестник Хакасского государственного университета имени Н.Ф. Катанова*. 2021;35(1):43–48.

Dulesov AS, Fedorenko NS, Baishev AV. Estimation of the Possibilities of Measuring the Amount of Entropy in the Analysis of the Reliability of Technical Systems. *Vestnik of KhSU.* 2021;35(1):43–48.

19. Klyuev SV, Slobodchikova NA, Saidumov MS, Abumuslimov AS, Mezhidov DA, Khezhev TA. Application of Ash and Slag Waste from Coal Combustion in the Construction of the Earth Bed of Roads. *Construction Materials and Products.* 2024;7(6):3. https://doi.org/10.58224/2618-7183-2024-7-6-3

20. Zhangabay N, Giyasov A, Ibraimova U, Tursunkululy T, Kolesnikov A. Construction and Climatic Certification of an Area as a Prerequisite for Development of Energy-Efficient Buildings and Their External Wall Constructions. *Construction Materials and Products*. 2024;7(5):1. https://doi.org/10.58224/2618-7183-2024-7-5-1

21. Zhangabay N, Bakhbergen S, Aldiyarov Zh, Tursunkululy T, Kolesnikov A. Analysis of Thermal Efficiency of External Fencing Made of Innovative Ceramic Blocks. *Construction Materials and Products*. 2024;7(3):1. https://doi.org/10.58224/2618-7183-2024-7-3-1

Об авторах:

Александр Тимофеевич Рыбак, доктор технических наук, профессор, кафедра «Технологии и оборудование переработки продукции агропромышленного комплекса» Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearchGate, 2130373@mail.ru

Светлана Викторовна Теплякова, кандидат технических наук, доцент, кафедра «Эксплуатация транспортных систем и логистика» Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearchGate, svet-tpl@yandex.ru

Анастасия Владимировна Ольшевская, кандидат технических наук, заместитель декана, факультет «Агропромышленный», доцент, кафедра «Технологии и оборудование переработки продукции агропромышленного комплекса» Донского государственного технического университета, заместитель руководителя Центра развития территориального кластера «Долина Дона» Ростовской области (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearchGate, oav.donstu@gmail.com

Алексей Сергеевич Пруцков, инженер Центра развития территориального кластера «Долина Дона» Ростовской области (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, prutskov.aleksey@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:
А.Т. Рыбак: научное руководство, валидация результатов.
С.В. Теплякова: формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов.
А.В. Ольшевская: анализ результатов исследований, корректировка выводов, формирование выводов.
А.С. Пруцков: подготовка текста, доработка текста.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Alexander T. Rybak, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Department of Technologies and Equipment for Processing Agricultural Products, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearchGate, 2130373@mail.ru

Svetlana V. Teplyakova, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Transport Systems Operation and Logistics, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearchGate, svet-tpl@yandex.ru

Anastasiya V. Olshevskaya, Cand.Sci. (Eng.), Deputy Dean of the Agro-Industrial Faculty, Associate Professor of the Department of Technologies and Equipment for Processing Agricultural Products, Don State Technical University, Deputy Head of the Don Valley Territorial Cluster Development Center of the Rostov Region (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearchGate, oav.donstu@gmail.com

Alexey S. Prutskov, Engineer of the Don Valley Territorial Cluster Development Center of the Rostov Region (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, prutskov.aleksey@yandex.ru

Claimed Contributorship:
AT Rybak: supervision, analysis of research results.
SV Teplyakova: basic concept formulation, research objectives and tasks, computational analysis.
AV Olshevskaya: analysis of research results, correction of conclusions, formulation of conclusions.
AS Prutskov: text preparation, revision of the text.

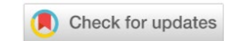
Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 21.03.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 12.04.2025
Принята к публикации / Accepted 16.04.2025

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT





УДК 004.8

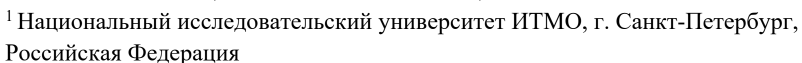
Оригинальное эмпирическое исследование

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-120-128

Прогнозирование сроков доставки товаров в цепях поставок с использованием методов машинного обучения



В.К. Резванов[1], О.М. Ромакина[1]✉, Е.В. Зайцева[2]



[1] Национальный исследовательский университет ИТМО, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

[2] Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

✉ omromakina@itmo.ru

EDN: QBDMMA

Аннотация

Введение. Развитие торговли требует внедрения технологий искусственного интеллекта и машинного обучения для повышения точности прогнозов доставки. Опубликованные на сегодня научные изыскания в этой области представляются недостаточными по двум причинам. Первая: рассматриваются главным образом глобальные цепи поставок, хотя вопрос актуален и для локальных бизнесов. Вторая: прогнозирование, как правило, требует больших объемов данных для машинного обучения и значительных вычислительных ресурсов, недоступных основной массе компаний. Представленное исследование призвано восполнить эти пробелы и показать эффективность использования открытых, доступных данных и известных алгоритмов. Цель работы — описать схему обоснованного выбора наименее ресурсоемкой модели прогнозирования доставки на основе анализа алгоритмов машинного обучения.

Материалы и методы. Использовался набор открытых данных DataCo Smart supply chain for big data analysis[1] о поставках в онлайн-торговле. Для обработки и анализа информации задействовали методы очистки данных, устранения мультиколлинеарности, нормализации и кодирования категориальных признаков. С очищенными данными работали алгоритмы: Decision tree, Random forest, K-nearest neighbors, Naive Bayes, Linear discriminant analysis, XGBoost, CatBoost, LightGBM, AdaBoost и Perceptron[2].

Результаты исследования. Базовым алгоритмом для модели прогнозирования доставки стал алгоритм дерева решений (Decision Tree). Этот выбор обусловлен высокой точностью, простотой использования и низким риском переобучения. Оценка модели показала высокий и близкий к единице коэффициент детерминации (0,986). При этом фиксируются низкие значения среднеквадратичной ошибки (0,0367) и средней абсолютной ошибки (0,0324). Модель показала удовлетворительные результаты по времени, затраченному на обучение (3,3087 с) и на прогнозирование (0,0051 с). Фактические и предсказанные значения почти идеально совпали. Отклонения от фактических значений оказались минимальными.

Обсуждение и заключение. Предложенная модель эффективна и обладает высокой предсказательной способностью. Качественное прогнозирование сроков доставки товара возможно без привлечения обширных баз данных и мощных вычислительных ресурсов. Исследование открывает перспективу качественной организации логистических операций для средних и малых предприятий. В дальнейших изысканиях целесообразно интегрировать в модель данные о погоде, дорожной ситуации и другие показатели. Использование такой информации в режиме реального времени повысит адаптивность и точность прогнозирования.

[1] Constante F, Silva F, Pereira A. DataCo Smart Supply Chain for Big Data Analysis. *Mendeley Data*. https://doi.org/10.17632/8gx2fvg2k6.5

[2] «Дерево решений», «Метод случайного леса», «Метод k ближайших соседей», «Наивный байесовский классификатор», «Линейный дискриминантный анализ», «Экстремальный градиентный бустинг», «Категориальный бустинг», «Облегченный градиентный машинный бустинг», «Аадаптивный бустинг», «Перцептрон» (англ.)

Ключевые слова: модель прогнозирования сроков доставки, прогноз доставки для малых и средних предприятий, ошибка в прогнозировании доставки, дерево решений для логистических задач

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Резванов В.К., Ромакина О.М., Зайцева Е.В. Прогнозирование сроков доставки товаров в цепях поставок с использованием методов машинного обучения. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):120–128. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-120-128

Original Empirical Research

Forecasting Delivery Time of Goods in Supply Chains Using Machine Learning Methods

Vladislav K. Rezvanov[1], **Oksana M. Romakina**[1] ✉, **Ekaterina V. Zaytseva**[2]
[1] National Research University ITMO, Saint Petersburg, Russian Federation
[2] Empress Catherine II Saint Petersburg Mining University, Saint Petersburg, Russian Federation
✉ omromakina@itmo.ru

Abstract
Introduction. Trade development requires the implementation of artificial intelligence and machine learning technologies to improve the accuracy of delivery forecasts. The scientific research published to date in this area appears insufficient for two reasons. First, it focuses primarily on global supply chains, although the issue is relevant for local businesses as well. Second, forecasting typically requires large amounts of data for machine learning and significant computing resources that are not available to the majority of companies. The presented study aims to fill these gaps and demonstrate the efficiency of using open, accessible data and known algorithms. The research objective is to describe a pattern of appropriate selection of the least resource-intensive delivery forecasting model based on the analysis of machine learning algorithms.
Materials and Methods. The open data set DataCo Smart supply chain for big data analysis on deliveries in online trade was used. To process and analyze the information, methods of data cleaning, eliminating multicollinearity, normalization and coding of categorical features were applied. The following algorithms were used with the cleaned data: Decision tree, Random Forest, k-nearest neighbors, Naïve Bayes, Linear discriminant analysis, XGBoost, CatBoost, LightGBM, AdaBoost, and Perceptron.
Results. The basic algorithm for the delivery forecasting model was the Decision Tree algorithm. This choice was due to its high accuracy, ease of use, and low risk of overfitting. The model evaluation showed a high determination coefficient close to one (0.986). Low values of the mean square error (0.0367) and mean absolute error (0.0324) were recorded. The model showed satisfactory results in terms of time spent on training (3.3087 s) and forecasting (0.0051 s). Actual and predicted values almost perfectly matched. Deviations from actual values were minimal.
Discussion and Conclusion. The proposed model is efficient and has a high predictive ability. High-quality forecasting of delivery time is possible without the use of extensive databases and powerful computing resources. The study opens up the prospect of high-quality organization of logistics operations for small and medium enterprises. In further research, it is advisable to integrate weather data, traffic conditions and other indicators into the model. Using such information in real time will increase the adaptability and accuracy of forecasting.

Keywords: delivery time forecasting model, delivery forecast for small and medium enterprises, error in delivery forecasting, decision tree for logistics challenges

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board of the journal and the reviewers for their attentive attitude to the article and the comments that improved its quality.

For citation. Rezvanov VK, Romakina OM, Zaytseva EV. Forecasting Delivery Time of Goods in Supply Chains Using Machine Learning Methods. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(2):120–128. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-120-128

Введение. В условиях развития торговли повышается актуальность точного прогнозирования сроков доставки. Недостаточная эффективность традиционных методов планирования обусловлена неопределенностью, связанной с влиянием различных факторов. Очевидно, что применение в логистике искусственного интеллекта (ИИ) может значительно улучшить точность прогнозов и сократить операционные затраты. По данным международной консалтинговой организации McKinsey & Company, предприятия, использующие ИИ для управления цепочками поставок, могут сократить ошибки прогнозов на 20–50 %, что в конечном итоге снижает издержки на 10–15 %[3].

[3] DocShipper Group. *How AI is Changing Logistics & Supply Chain in 2025?* URL: https://docshipper.com/logistics/ai-changing-logistics-supply-chain-2025/ (дата обращения: 22.03.2025).

Опубликованные научные работы, посвященные этой теме, рассматривают главным образом масштабные, глобальные цепи поставок [1]. Активно обсуждаются различные подходы к прогнозированию сроков доставки, однако исследования концентрируются, как правило, на сложных и ресурсоемких моделях, недоступных основной части предприятий — малых и средних. При этом проблема, безусловно, актуальна и для локальных, небольших бизнесов, остро нуждающихся в сбережении ресурсов. Этому способствуют в целом лучшие настройки логистических процессов и, в частности, точное прогнозирование сроков доставки. У компаний с ограниченными информационными и вычислительными возможностями мало инструментов для улучшения ситуации. Представленное исследование призвано восполнить этот пробел. Цель работы — определение наиболее эффективной и наименее ресурсоемкой модели машинного обучения для прогнозирования сроков доставки.

Материалы и методы. В исследовании использовался набор структурированных данных о продажах, доставках, клиентах и финансовых показателях. Открытый набор данных DataCoSupplyChainDataset размещен компанией DataCo Global в бесплатном коллективном облачном репозитории Mendeley Data. Основные сведения этого набора: даты заказа и доставки, информация о клиентах, финансовые показатели заказов и статус доставки.

До анализа и моделирования данные прошли предварительную обработку — очистку и преобразование. Для достижения поставленной цели в первую очередь выявили корреляции и устранили мультиколлинеарность на основе матрицы корреляции (рис. 1).

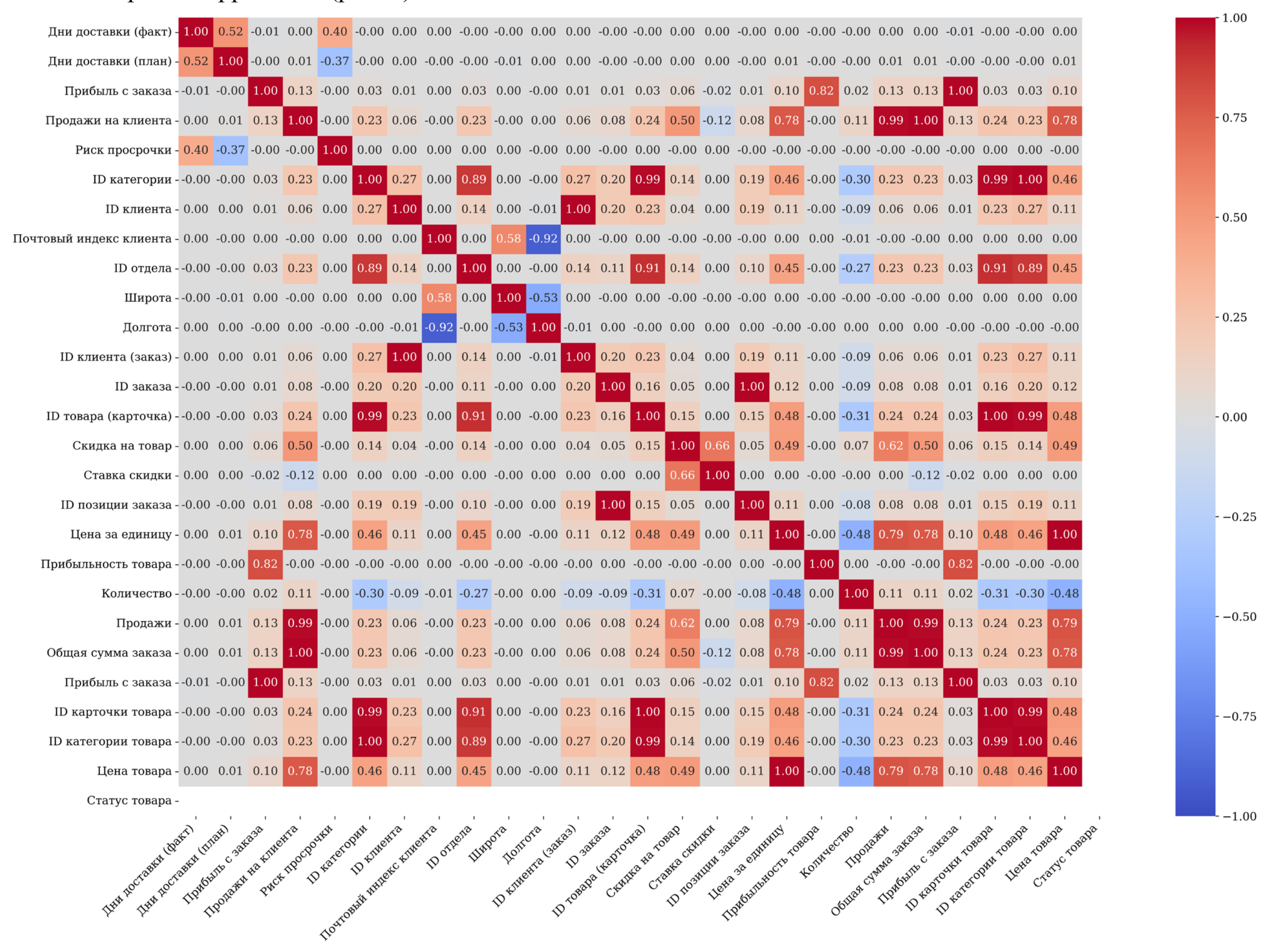


Рис. 1. Матрица корреляции

Матрица позволила выявить несколько пар признаков с коэффициентом корреляции, равным 1. Это указывает на их полное дублирование. Ниже представлены эти пары признаков.

1. Customer_id (идентификатор клиента) и order_customer_id (идентификатор клиента для заказа).
2. Sales_per_customer (продажи на клиента) и order_item_total (сумма за заказанный товар).
3. Benefit_per_order (прибыль с заказа) и order_profit_per_order (прибыль на заказ).
4. Order_item_cardprod_id (идентификатор карточки товара в заказе) и product_card_id (идентификатор карточки товара).
5. Category_id (идентификатор категории) и product_category_id (идентификатор категории продукта).
6. Order_item_product_price (цена товара в заказе) и product_price (цена продукта).

Для устранения дублирования удалены следующие признаки:

– benefit_per_order (прибыль с заказа);
– sales_per_customer (продажи на клиента);
– order_item_cardprod_id (идентификатор карточки товара в заказе);
– order_item_product_price (цена товара в заказе);
– product_category_id (идентификатор категории продукта);
– order_customer_id (идентификатор клиента для заказа).

Также было обнаружено, что признак product_status (доступность товара) имеет только одно уникальное значение (0), то есть товар всегда доступен. Этот признак также удалили.

Для анализа мультиколлинеарности между числовыми признаками использовали коэффициент инфляции дисперсии (англ. variance inflation factor, VIF) [2]. Признаки с VIF выше 5 указывают на сильную взаимосвязь с другими признаками, что может исказить результаты анализа и моделей. Во избежание этой проблемы такие признаки удаляются или объединяются. Таким образом сокращается избыточность данных и повышается стабильность модели.

После предварительной обработки выбрали основные числовые и категориальные признаки для дальнейшего анализа и построения модели.

Числовые признаки включают такие показатели, как продажи, прибыль, скидки и количество товаров в заказе. Категориальные признаки включают статус доставки, сегмент клиентов и режим доставки.

По признакам с VIF выше 5 провели дальнейший анализ для выявления избыточных взаимосвязей. Если признак мог быть выражен через другие, его заменяли комбинацией более простых признаков. Примеры представлены ниже.

1. Sales = product_price * order_item_quantity. Поскольку выручка с продажи (sales) напрямую зависит от цены продукта (product_price) и количества товара (order_item_quantity), решено использовать это выражение для замены избыточных признаков.

2. Order_item_discount = sales * order_item_discount_rate. Скидка на товар (order_item_discount) напрямую зависит от объема выручки с продажи и ставки скидки (order_item_discount_rate), что делает этот признак также избыточным.

3. Order_item_total = sales – order_item_discoun. Здесь общая сумма заказа (order_item_total) выражена через выручку с продажи и скидку на товар, что позволило уменьшить дублирование данных.

4. Order_profit_per_order = order_item_total * order_item_profit_ratio. Прибыль на заказ (order_profit_per_order) связана с общей стоимостью товара и коэффициентом прибыли на товар (order_item_profit_ratio), что делает возможным ее вычисление через другие признаки.

Отсутствующие значения в столбце order_zipcode (почтовый индекс заказа) заменили на customer_zipcode (почтовый индекс клиента).

Данные в столбце days_for_shipping_real (дней для доставки, фактически) привели к нормальной форме вещественного числа с плавающей запятой.

В исходном наборе данных признаки «статус доставки», «сегмент клиентов» и «режим доставки» были категориальными, что существенно затрудняло использование числовых моделей машинного обучения. С помощью метода Label Encoder[4] эти признаки были преобразованы в числовой формат:

– категориям «отправлено», «в пути» и «доставлено» признака delivery_status были сопоставлены значения 0, 1 и 2 соответственно;
– категориям признака customer_segment также были сопоставлены уникальные числовые значения.

Описанный подход позволяет сохранить различия между категориями и при этом использовать категории в процессе машинного обучения.

При выборе оптимальной модели машинного обучения для прогнозирования сроков доставки реализовали ряд алгоритмов машинного обучения. Decision tree [3] — один из наиболее распространенных алгоритмов машинного обучения, применяющийся для задач, связанных с принятием решений на основе набора признаков. По значениям некоторых признаков алгоритм разбивает данные на меньшие подгруппы и затем структурирует в виде дерева решений.

[4] Метод преобразует данные, представляющие категориальные значения, в целые числа 0, 1, 2 и т.д., соответствующие каждой категории.

Алгоритм работает следующим образом.

1. Перед первым шагом в корневом узле дерева решений содержится исходный набор данных.

2. На каждом шаге алгоритма выбирается признак, позволяющий наиболее эффективно разделить данные на подмножества и одно или несколько его пороговых значений. Данные разделяются на группы в соответствии с выбранными значениями признака. Процесс повторяется до тех пор, пока не будут достигнуты листовые узлы, содержащие итоговые решения и не подлежащие дальнейшей декомпозиции.

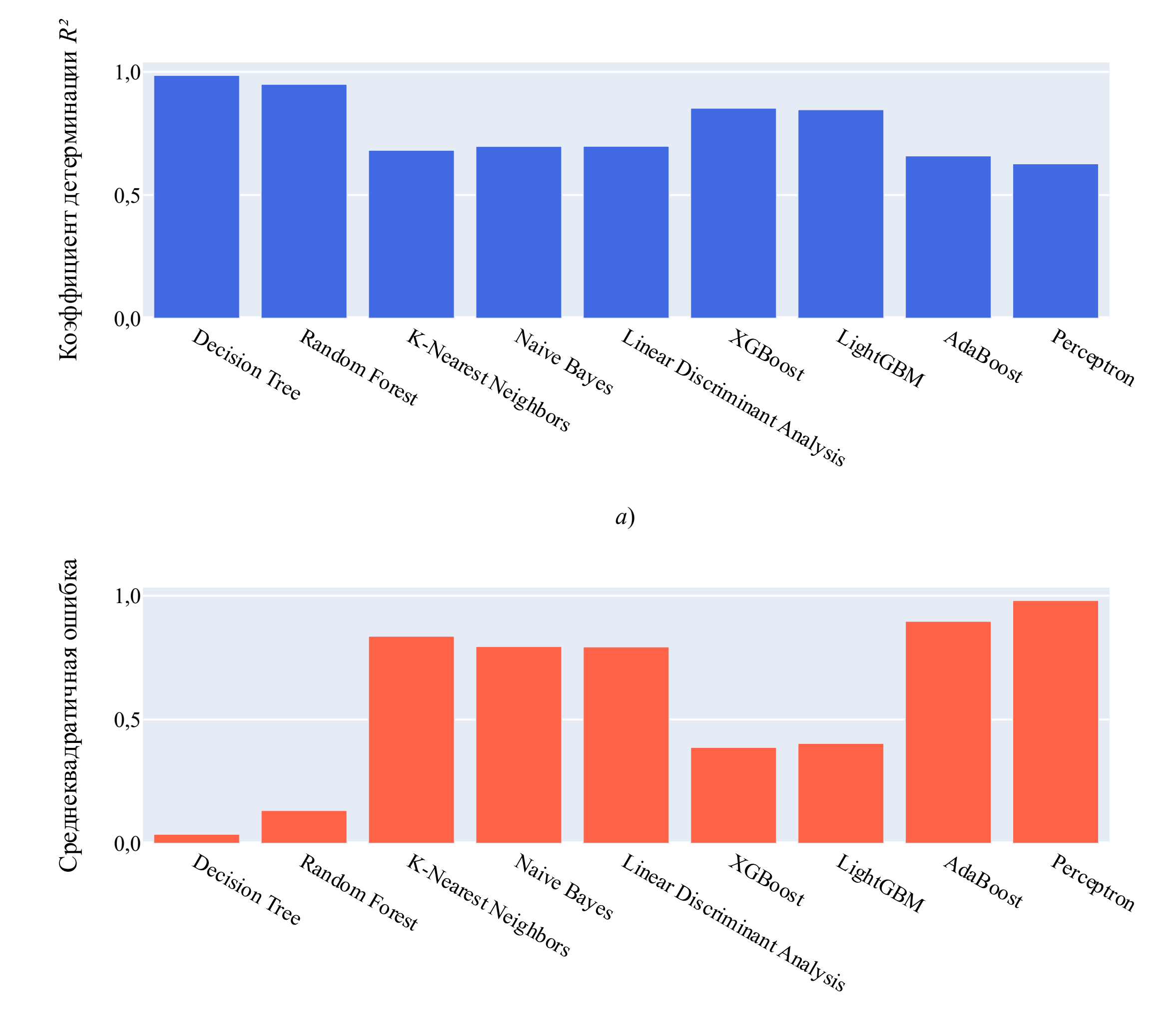
Таким образом, каждый узел дерева — это точка принятия решения, в которой происходит разделение данных на основе значения некоторого признака. Ветви дерева соответствуют возможным результатам такого разделения.

Ключевой момент работы алгоритма — определение признака разбиения данных на каждом шаге.

Предварительные эксперименты показали, что критерий Джини обеспечивает наилучшую точность разбиения данных в рамках поставленной задачи, поэтому именно он использовался в представленной работе.

Для определения оптимального алгоритма на подготовленном наборе данных протестировали Random Forest [4], K-Nearest Neighbors [5], Naive Bayes [6], Linear Discriminant Analysis [7], XGBoost [8], CatBoost [9], LightGBM [10], AdaBoost [11] и Perceptron [12]. Эти алгоритмы выбрали благодаря их распространенности и подтвержденной эффективности для решения задач прогнозирования. Каждую модель тестировали на одном и том же наборе данных после одинаковой процедуры предварительной обработки. Для оценки эффективности моделей использовались метрики R^2 (коэффициент детерминации), средняя квадратичная ошибка (англ. mean square error, MSE), средняя абсолютная ошибка (англ. mean absolute error, MAE), а также время, затраченное на обучение и прогнозирование. Перечисленные метрики позволяют объективно сравнить точность и ресурсоемкость алгоритмов и выбрать оптимальную модель для прогнозирования сроков доставки.

Результаты исследования. На рис. 2 показана оценка качества описанных выше моделей с помощью перечисленных метрик. Decision Tree и Random Forest продемонстрировали наиболее высокую точность. Однако следует учитывать простоту и интерпретируемость Decision Tree, а также его меньшую склонность к переобучению [13] по сравнению с более сложными моделями. В связи с этим для прогнозирования сроков доставки товаров использовался алгоритм Decision Tree.



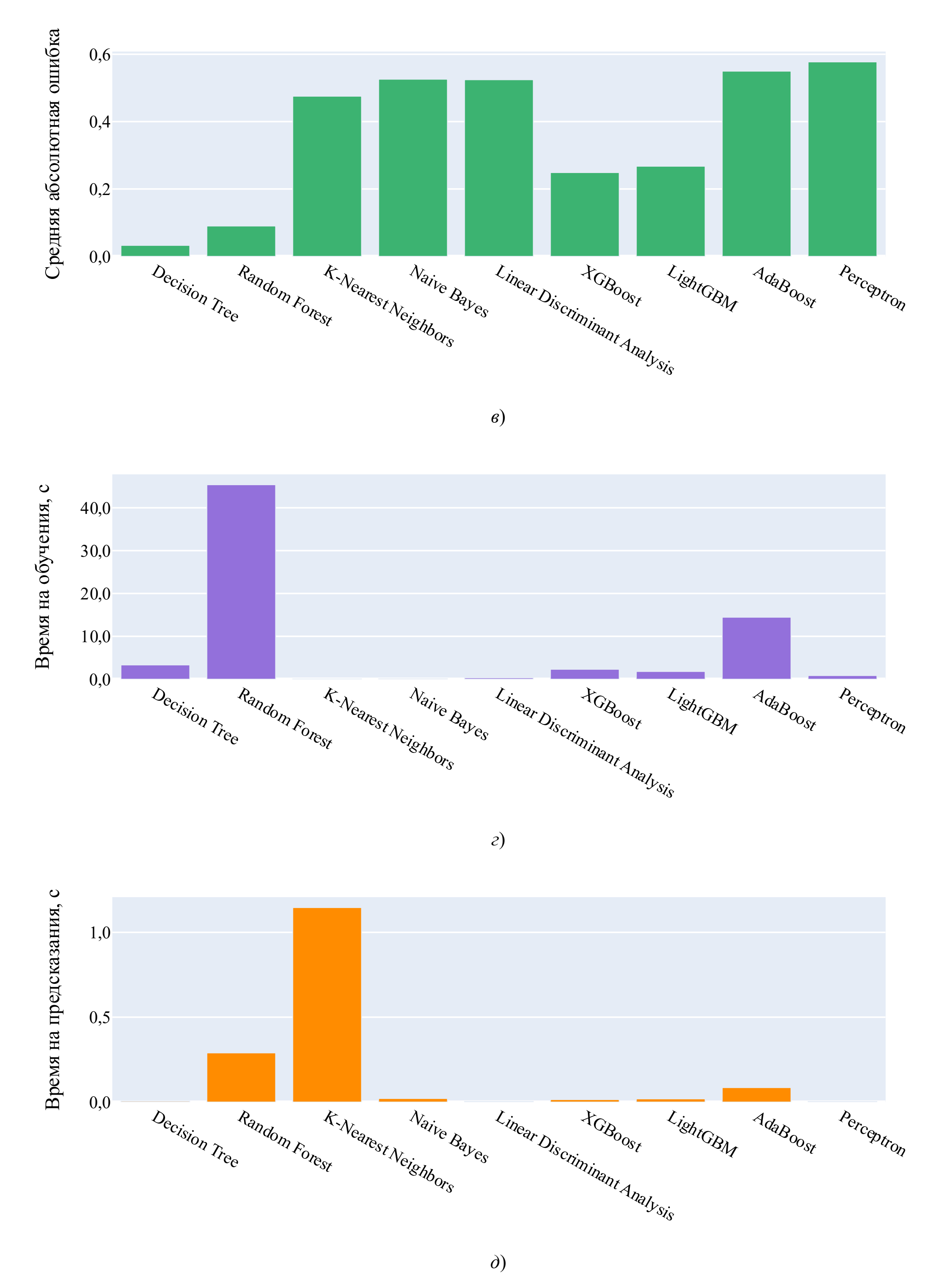


Рис. 2. Оценка качества моделей: *а* — оценка качества моделей с помощью метрики R^2;
б — оценка качества моделей с помощью метрики MSE; *в* — оценка качества моделей с помощью метрики MAE;
г — время, затраченное моделями на обучение, с; *д* — время, затраченное моделями на предсказание, с

Итак, тестирование модели Decision tree дало следующие результаты:

– коэффициент детерминации — 0,986;
– среднеквадратичная ошибка (MSE) — 0,0367;
– средняя абсолютная ошибка (MAE) — 0,0324;
– время на обучение — 3,3087 с;
– время на предсказание — 0,0051 с.

Высокое значение R^2 и низкие значения MSE и MAE указывают на высокую точность и эффективность модели. Рассмотрим соответствие фактических значений и значений, предсказанных моделью (рис. 3).

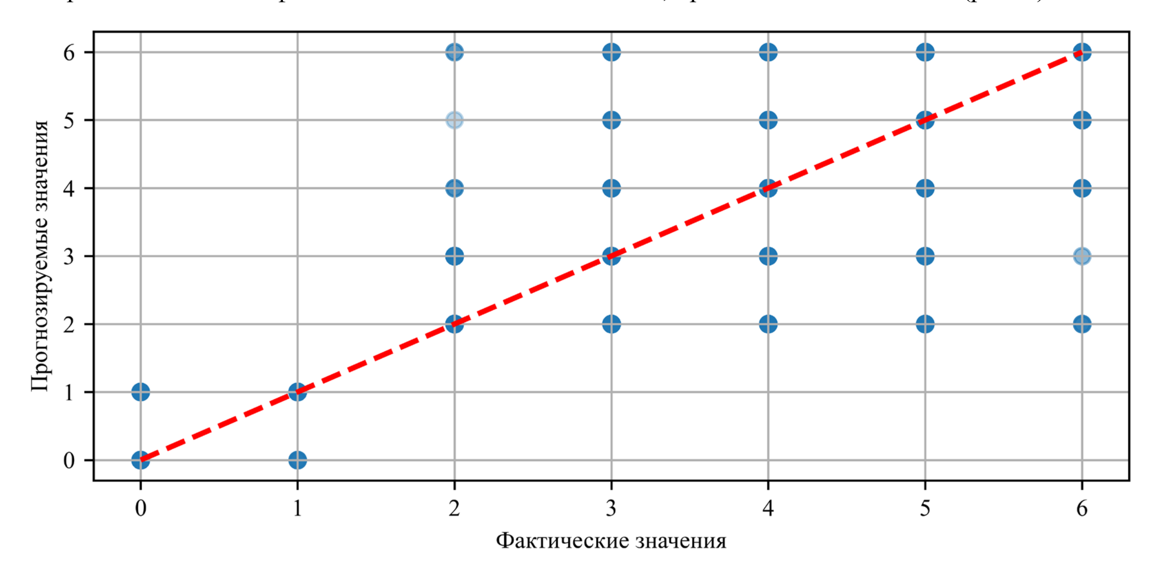


Рис. 3. График фактических и предсказанных значений

Как видим, синие точки (предсказанные значения) расположены близко к красной штриховой линии, которая представляет собой линию идеального совпадения между фактическими и предсказанными значениями. Это указывает на высокую точность предсказания значений.

Плотное расположение точек вдоль штриховой линии говорит об отсутствии значительных смещений в сторону завышения или занижения показателей. Это указывает на баланс между предсказанными и фактическими значениями.

Группировка точек вдоль диагонали показывает, что отклонения от фактических значений минимальны. Таким образом, можно обоснованно говорить о крайне незначительных ошибках и высокой предсказательной способности модели.

Обсуждение и заключение. Результаты экспериментов показали, что модель на основе дерева решений способна с высокой точностью предсказывать сроки доставки товаров. Это подтверждается высокими значениями R^2 и низкими значениями MSE и MAE. Установлено также, что модель достаточно быстро обучается и выполняет прогноз, то есть хорошо подходит для использования в реальных условиях. В этом смысле особенно ценно то, что операции реализуются при минимальных затратах вычислительных ресурсов.

Отметим основные условия достижения хороших результатов:

– качественная предварительная обработка данных;

– устранение мультиколлинеарности;

– применение оптимального критерия разбиения данных.

Научную значимость представленной работы следует рассматривать как с теоретической, так и с прикладной точки зрения. В первом случае речь идет о возможности успешного применения простых и эффективных моделей машинного обучения в логистике. Показано, что эти модели могут обеспечить необходимую точность прогнозов, существенно снизить операционные расходы и оптимизировать ресурсы предприятий. Авторы представленной статьи выбирали из девяти алгоритмов, каждый из которых может оказаться оптимальным для решения той или иной логистической (или, шире, — экономической) проблемы предприятия. Перечислим лишь некоторые логистические задачи, которые можно попытаться решить с помощью подхода, описанного в данной статье:

– выбор схемы доставки с учетом требований к свежести товара;

– выбор схемы доставки с учетом затрат на горюче-смазочные материалы;

– оптимизация закупок с учетом расходов по складированию;

– формирование зарплатной политики в логистическом подразделении;

– прогнозирование ликвидности товаров.

Это подводит ко второму — прикладному — потенциалу описанных в статье научных изысканий. Ожидаемый итоговый практический эффект — лучшая управляемость и рентабельность логистики. Это особенно важно для малого и среднего бизнеса. Крупные корпорации для выстраивания эффективной логистики содержат собственные штаты аналитиков и программистов, формируют собственные базы данных или закупают эксклюзивную информацию. Небольшие компании могут для этих же целей воспользоваться накопленными ими в ходе работы наборами данных и известными алгоритмами. Отметим, однако, что предложенный подход также можно задействовать в качестве базовой модели для более сложных систем управления цепями поставок.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на интеграцию дополнительных источников данных, таких как текущая дорожная ситуация, погодные условия и макроэкономические показатели. Использование такой информации в режиме реального времени может обеспечить увеличение точности прогнозирования и адаптивности моделей.

Список литературы / References

1. Корчагина Е.В., Корчагина Д.А., Ромакина О.М., Арсеньева А.З. Применение технологий искусственного интеллекта в логистике и управлении глобальными цепями поставок: анализ зарубежных научных публикаций. *Риск: ресурсы, информация, снабжение, конкуренция.* 2024;(1):29–33. https://doi.org/10.56584/1560-8816-2024-1-29-33

Korchagina E, Korchagina D, Romakina O, Arsenieva A. Application of Artificial Intelligence Technologies in Logistics and Global Supply Chain Management: Analysis of Foreign Scientific Publications. *RISK: Resources, Information, Supply, Competition*. 2024;(1):29–33.

2. Midi H, Bagheri A. Robust Estimations as a Remedy for Multicollinearity Caused by Multiple High Leverage Points. *Journal of Mathematics and Statistics.* 2009;5(4):311–318. https://doi.org/10.3844/JMSSP.2009.311.321

3. Patel HH, Prajapati P. Study and Analysis of Decision Tree Based Classification Algorithms. *International Journal of Computer Sciences and Engineering.* 2018;6(10):74–78. https://doi.org/10.26438/ijcse/v6i10.7478

4. Louppe G. *Understanding Random Forests: From Theory to Practice.* PhD diss. Liège: University of Liège; 2014. 213 p. https://doi.org/doi:10.13140/2.1.1570.5928

5. Zhongheng Zhang. Introduction to Machine Learning: k-Nearest Neighbors. *Annals of Translational Medicine.* 2016;4(11):218–218. https://doi.org/10.21037/atm.2016.03.37

6. Taheri S, Mammadov M. Learning the Naive Bayes Classifier with Optimization Models. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science.* 2013;23(4):727–739. https://doi.org/10.2478/amcs-2013-0059

7. Jianhang Zhou, Qi Zhang, Shaoning Zeng, Bob Zhang, Leyuan Fang. Latent Linear Discriminant Analysis for Feature Extraction via Isometric Structural Learning. *Pattern Recognition*. 2023;149:110218. https://doi.org/10.1016/j.patcog.2023.110218

8. Tianqi Chen, Carlos Guestrin. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System. In: *Proc. 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. San Francisco: ACM; 2016. P. 785–794. https://doi.org/10.1145/2939672.2939785

9. Prokhorenkova L, Gusev G, Vorobev A, Dorogush A, Gulin A. CatBoost: Unbiased Boosting with Categorical Features. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2018;31:6638–6648. https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.09516

10. Guolin Ke, Qi Meng, Thomas Finley, Taifeng Wang, Wei Chen, Weidong Ma, et al. LightGBM: A Highly Efficient Gradient Boosting Decision Tree. In: *Proc. 31st International Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS).* Long Beach, CA: Curran Associates Inc.; 2017. P. 3149–3157. URL: https://www.researchgate.net/publication/378480234_LightGBM_A_Highly_Efficient_Gradient_Boosting_Decision_Tree (accessed: 22.02.2025).

11. Jianghua Duan, Hongfei Ye, Hongyu Zhao, Zhiqiang Li. Deep Cascade AdaBoost with Unsupervised Clustering in Autonomous Vehicles. *Electronics*. 2023;12(1):44. https://doi.org/10.3390/electronics12010044

12. Ke-Lin Du, Chi-Sing Leung, Wai Ho Mow, MNS Swamy. Perceptron: Learning, Generalization, Model Selection, Fault Tolerance, and Role in the Deep Learning Era. *Mathematics*. 2022;10(24):4730. https://doi.org/10.3390/math10244730

13. Zadvornaya IA, Romakina OM. Application of the Algorithm "Decision Trees" to Analysis of Personal Information of Potential Bank Clients. *Cloud of Science.* 2019;6(3):415–424.

Об авторах:

Владислав Константинович Резванов, магистрант, факультет «Прикладная информатика» Национального исследовательского университета «ИТМО» (197101, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49а), ORCID, ResearchGate, waweda299@gmail.com

Оксана Михайловна Ромакина, кандидат физико-математических наук, доцент, факультет «Прикладная информатика» национального исследовательского университета «ИТМО» (197101, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49 а), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, omromakina@itmo.ru

Екатерина Викторовна Зайцева, кандидат технических наук, доцент, кафедра «Информатика и компьютерные технологии» Санкт-Петербургского горного университета императрицы Екатерины II (199106, Российская Федерация, Санкт-Петербург, 21-я линия Васильевского острова, 2), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, Zaytseva_EV@pers.spmi.ru

Заявленный вклад авторов:
В.К. Резванов: проведение исследования, анализ результатов, подготовка черновика научной статьи.
О.М. Ромакина: разработка концепции, научное руководство.
Е.В. Зайцева: валидация результатов, оформление научной статьи.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:
Vladislav K. Rezvanov, graduate student of the Applied Computer Science Faculty, ITMO University (49, Kronverksky Ave., St. Petersburg, 197101, Russian Federation), ORCID, ResearchGate, waweda299@gmail.com

Oksana M. Romakina, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor of the Applied Computer Science Faculty, ITMO University (49, Kronverksky Ave., St. Petersburg, 197101, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, omromakina@itmo.ru

Ekaterina V. Zaytseva, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Computer Science and Computer Technology Department, Empress Catherine II Saint Petersburg Mining University (2, 21st Line, St. Petersburg, 199106, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, ResearchGate, Zaytseva_EV@pers.spmi.ru

Claimed Contributorship:
VK Rezvanov: investigation, validation, writing – original draft preparation.
OM Romakina: conceptualization, supervision.
EV Zaitseva: validation, writing – review & editing.

Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию/ Received 12.03.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 07.04.2025
Принята к публикации / Accepted 13.04.2025

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY,
COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT





УДК 538.915;538.958
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-129-141

Оригинальное теоретическое исследование

Ab initio расчеты электронно-энергетической структуры и оптических свойств пироцирконатов лантана и неодима



EDN: MJOLRM

А.А. Лаврентьев[1] ✉, Б.В. Габрельян[1], Ву Ван Туан[2], К.Ф. Калмыкова[1]



[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация



[2] Институт вычислительной науки и искусственного интеллекта, Университет Ван Ланг, г. Хошимин, Вьетнам



✉ alavrentyev@donstu.ru

Аннотация

Введение. Соединения с лантаном и неодимом ($La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$) обладают низкой теплопроводностью, высокой диэлектрической проницаемостью и температурой плавления, стабильностью и устойчивостью к дефектам. Их можно применять для теплоизоляции металлических компонентов в турбинах и воздушных двигателях. Кроме того, указанные соединения широко исследуются с точки зрения развития материаловедения, особенно при совершенствовании лазерной техники и оптики. Однако физические свойства $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ недостаточно экспериментально изучены. Этот пробел призвано восполнить представленное исследование. Цель работы — модельные расчеты электронной структуры и оптических свойств $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$.

Материалы и методы. На основе модельных расчетов в рамках теории функционала плотности исследована электронно-энергетическая структура пироцирконатов $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$, содержащих Zr и имеющих кристаллическую структуру пирохлора. В расчетах использовались взятые из литературы параметры кристаллической решетки $La_2Zr_2O_7$. Из-за отсутствия экспериментальных данных параметры для $Nd_2Zr_2O_7$ рассчитывались через минимизацию сил, действующих на атомы соединения. Применяется комбинированный обменно-корреляционный потенциал, учитывающий сильные взаимодействия *d*- и *f*-электронов атомов La и Nd с поправкой в форме модифицированного метапотенциала Беке-Джонсона. Для расчетов использовался пакет программ Wien2K.

Результаты исследования. Получены плотности электронных состояний всех атомов исследованных соединений. Сравниваются рассчитанные плотности валентных электронных состояний соединений с экспериментальными рентгеновскими фотоэлектронными спектрами. При нулевой энергии рассчитаны значения оптических характеристик $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$. Во-первых, это диэлектрическая проницаемость: для $La_2Zr_2O_7$ — 8,4334, для $Nd_2Zr_2O_7$ — 8,501. Во-вторых, преломление: для $La_2Zr_2O_7$ — 2,904, для $Nd_2Zr_2O_7$ — 2,916. В-третьих, отражение: для $La_2Zr_2O_7$ — 23,786 %, для $Nd_2Zr_2O_7$ — 23,935 %. Высокий оптический коэффициент поглощения ($>10^5$ см$^{-1}$) фиксируется в областях: от 5 до 14 эВ, от 14 до 28 эВ и от 28 до 40 эВ. Пиковые значения экстинкции приходятся на области от 5 до 13 эВ, от 14 до 28 эВ и от 28 до 40 эВ. Кристаллы $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ могут поглощать фотоны в широком диапазоне энергий (4–10 эВ).

Обсуждение и заключение. Исследование дополнило представления о свойствах $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ новыми экспериментальными данными. Рассчитаны плотности электронных состояний и оптические спектры соединений $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$. Это позволило объяснить особенности экспериментальных рентгеновских фотоэлектронных спектров соединений. В приближении модифицированного потенциала Беке-Джонсона получены значения ширин запрещенных полос соединений, соответствующие экспериментальным. Исследование относится к фундаментальным и может открыть перспективы создания более эффективных, надежных и функциональных материалов, лазерных и оптических устройств.

Ключевые слова: электронная энергетическая структура, свойства группы пирохлоров, модифицированный метапотенциал Беке-Джонсона, пироцирконаты лантана и неодима, оптические свойства $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$, рентгеновские фотоэлектронные спектры

Благодарности. Авторы выражают благодарность рецензентам, чья критическая оценка представленных материалов и высказанные предложения по их совершенствованию способствовали значительному повышению качества статьи.

Для цитирования. Лаврентьев А.А., Габрельян Б.В., Ву Ван Туан, Калмыкова К.Ф. *Ab initio* расчеты электронно-энергетической структуры и оптических свойств пироцирконатов лантана и неодима. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):129–141. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-129-141

Original Theoretical Research

Ab initio Calculations of the Electronic-Energy Structure and Optical Properties of Lanthanum and Neodymium Pyrozirconates

Anatoliy A. Lavrentyev[1] ✉, **Boris V. Gabrelian**[1], **Vu Van Tuan**[2], **Ksenia F. Kalmykova**[1]

[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

[2] Institute for Computational Science and Artificial Intelligence, Van Lang University, Ho Chi Minh City, Vietnam

✉ alavrentyev@donstu.ru

Abstract

Introduction. Compounds with lanthanum and neodymium ($La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$) have low thermal conductivity, high permittivity and melting point, stability and resistance to defects. They can be used for thermal insulation of metal components in turbines and air engines. Also, these compounds are widely studied from the point of view of the development of materials science, particularly, for the improvement of laser technology and optics. However, the physical properties of $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$ have not been sufficiently studied experimentally. This gap is intended to be filled by the presented study. The research objective includes model calculations of the electronic structure and optical properties of $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$.

Materials and Methods. Based on model calculations within the framework of the density functional theory, the electron-energy structure of pyrozirconates $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$, containing Zr and having the crystal structure of pyrochlore was investigated. The parameters of the crystal lattice of $La_2Zr_2O_7$ taken from the literature were used in the calculations. Due to the lack of experimental data, the parameters for $Nd_2Zr_2O_7$ were calculated by minimizing the forces acting on the atoms of the compound. A combined exchange-correlation potential was used, taking into account the strong interactions of *d*- and *f*-electrons of La and Nd atoms with a correction in the form of a modified Becke-Johnson meta-potential. Wien2K software package was used for the calculations.

Results. The densities of electron states of all atoms of the studied compounds were obtained. The calculated densities of valence electron states of the compounds were compared to the experimental X-ray photoelectron spectra. At zero energy, the optical characteristics of $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$ were calculated. Firstly, it was the permittivity: for $La_2Zr_2O_7$ — 8.4334, for $Nd_2Zr_2O_7$ — 8.501; secondly, refraction: for $La_2Zr_2O_7$ — 2.904, for $Nd_2Zr_2O_7$ — 2.916; thirdly, reflection: for $La_2Zr_2O_7$ — 23.786%, for $Nd_2Zr_2O_7$ — 23.935%. High optical absorption coefficient ($>10^5$ cm^{-1}) was recorded in the ranges: from 5 to 14 eV, from 14 to 28 eV, and from 28 to 40 eV. Peak extinction values were in the ranges from 5 to 13 eV, from 14 to 28 eV, and from 28 to 40 eV. $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$ crystals could absorb photons in a wide energy range (4–10 eV).

Discussion and Conclusion. The study supplemented the concept of the properties of $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$ with new experimental data. The densities of electron states and optical spectra of $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$ compounds were calculated. This made it possible to explain features of the experimental X-ray photoelectron spectra of the compounds. In the approximation of the modified Becke-Johnson potential, the values of the widths of the forbidden bands of the compounds corresponding to the experimental ones were obtained. The research is fundamental and can open up prospects for creating more efficient, reliable and functional materials, laser and optical devices.

Keywords: electron energy structure, properties of the pyrochlore group, modified Becke-Johnson meta-potential, optical properties of $La_2Zr_2O_7$ and $Nd_2Zr_2O_7$

Acknowledgments. The authors would like to thank the reviewers, whose critical evaluation of the submitted materials and suggestions for improvement contributed significantly to the quality of this article.

For Citation. Lavrentyev AA, Gabrelian BV, Vu Van Tuan, Kalmykova KF. *Ab initio* Calculations of the Electronic-Energy Structure and Optical Properties of Lanthanum and Neodymium Pyrozirconates. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):129–141. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-129-141

Введение. Пироцирконаты лантана и неодима — $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ — относятся к группе пирохлоров. Общая формула этих материалов — $A_2B_2O_7$. A и B — металлические катионы, которые могут быть трехвалентными (как La и Nd), четырехвалентными (как Zr), двухвалентными и пятивалентными [1]. Пирохлоры обладают высокой диэлектрической проницаемостью, проявляют уникальные магнитные [2], химические, механические и электронные [3] свойства. Благодаря этому их можно использовать как:

– керамические покрытия термобарьеров, газовых сенсоров, металлооксидных транзисторов;
– твердые электролиты в топливных элементах [4];
– иммобилизационные носители актиноидов в ядерных отходах;
– катализаторы окислительных реакций [5];
– элементы магнитных устройств.

Научные изыскания, описанные в данной статье, проводились с учетом развития новых технологий в области лазерной техники, оптики и материаловедения [6]. Результаты работы могут открыть путь к созданию более эффективных, надежных и функциональных устройств [7]. Исследуемые сложные по химическому составу оксиды обладают значительной стабильностью, высокой температурой плавления, большим коэффициентом теплового расширения [8], низкой теплопроводностью, отличной ионной проводимостью и устойчивостью к дефектам [9]. С практической точки зрения важно применение пирохлоров $Ln_2Zr_2O_7$ в качестве покрытий для обеспечения тепловой изоляции металлических компонентов от горячих газов [10] в турбинах электрогенераторов морских судов и в воздушных двигателях авиалайнеров [11].

Во многих работах (например, в [12]) исследовались физические свойства пирохлоров, включая механические и тепловые. Вместе с тем некоторые их свойства очень трудно оценить и объяснить из-за сильной зависимости от стехиометрии образцов [10]. Расчеты электронно-энергетической структуры различных пирохлоров проводились в рамках теории функционала плотности (например, [13]). В этих расчетах использовались обменно-корреляционные потенциалы, полученные в приближении локальной плотности, обобщенного градиентного приближения, а также псевдопотенциалы.

В [13] отмечена важность коррекции в виде Хаббардовой поправки при расчете незаполненных *d*- и *f*-состояний тяжелых атомов [14]. Тем не менее даже с учетом поправки получаемая в расчетах ширина запрещенной зоны часто оказывается меньше, чем экспериментально наблюдаемая [15]. Нужно учесть дополнительные поправки, и именно так поступили авторы представленной работы.

Таким образом, дополнительные экспериментальные и теоретические исследования электронно-энергетической структуры и физических свойств пирохлоров вполне актуальны и имеют практическую значимость.

Рассмотрим кристаллическую структуру пирохлора $La_2Zr_2O_7$ (пространственная группа Fd-$3m$, Z = 8) с общей формулой $Ln_2^{3+}Zr_2^{4+}O1_6O2$ (O1 и O2 — атомы кислорода, расположенные в разных кристаллографических позициях). Ее можно описать как структуру дефектного флюорита, в которой катионы образуют гранецентрированную кубическую (*fcc*) решетку, а 1/8 часть позиций атомов кислорода не занята для обеспечения зарядовой нейтральности (рис. 1).

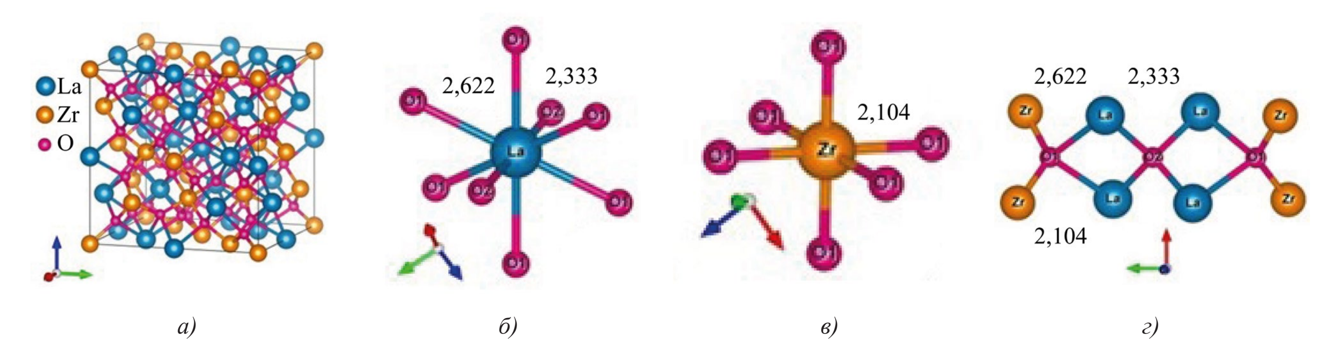


Рис. 1. Кристаллическая структура и ближайшее окружение атомов в пирохлоре $La_2Zr_2O_7$: *а* — элементная ячейка в соединении $La_2Zr_2O_7$; *б* — ближайшее окружение атома La; *в* — ближайшее окружение атома Zr; *г* — ближайшее окружение атомов кислорода O1 и O2. Расстояния между атомами даны в Å

Атомы в кристаллической структуре $La_2Zr_2O_7$ распределены по четырем уникальным кристаллографическим позициям:

– катионы La находятся в Вайкофф-позициях 16*d*;
– катионы Zr — в позициях 16*c*;
– кислород O1 — в позиции 48*f*;
– кислород O2 — в позиции 8*b*.

Позиции узлов 8*a* (1/8, 1/8, 1/8) не заняты вообще. Ионы кислорода O2 в узлах 8*b* (3/8, 3/8, 3/8) стабильны и тетраэдрически координируются катионами редкоземельного элемента La.

Ионы кислорода O1 в позициях 48*f* (*x*, 1/8, 1/8) смещены в сторону соседних пустых узлов 8*a* и окружены двумя катионами La и двумя катионами Zr (рис. 1) [16]. Ближайшее окружение катионов La составляют шесть атомов кислорода *O1* (позиции 48*f*) и два атома кислорода O2 (позиции 8*b*). Межатомное расстояние La-O2 меньше, чем расстояние La-O1. Катионы Zr (рис. 1) окружены шестью атомами O1 (позиции 48*f*), находящимися на эквивалентных расстояниях в тригональных антипризмах с точечной симметрией 3*m* (D_{3d}).

Кристаллические структуры соединений $Nd_2Zr_2O_7$ и $La_2Zr_2O_7$ совпадают. В таблице 1 приведены параметры кристаллической решетки исследованных пирохлоров $Ln_2Zr_2O_7$ (Ln = La, Nd) с пространственной группой *Fd*-3*m*, для которой $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$. Для $La_2Zr_2O_7$ параметр *a* и координаты кислорода O1 взяты из работы [15], для $Nd_2Zr_2O_7$ рассчитаны. Рассчитывалась полная энергия кристалла с разными значениями *a* и определялось оптимальное значение, соответствующее минимуму полной энергии. Затем атомы кислорода смещались в пределах элементарной ячейки и определялось положение, для которого силы, действующие на атомы, становились минимальными.

Таблица 1

Параметры кристаллической структуры исследованных соединений

Соединение, параметр решетки	Символы Вайкоффа	*x*/*a*	*y*/*b*	*z*/*c*
$La_2Zr_2O_7$ a = 10,793 Å [15]				
La	16*d*	0,50000	0,50000	0,50000
Zr	16*c*	0,00000	0,00000	0,00000
O1	48*f*	0,33002	0,12500	0,12500
O2	8*b*	0,37500	0,37500	0,37500
$Nd_2Zr_2O_7$ a = 10,6565 Å				
Nd	16*d*	0,50000	0,50000	0,50000
Zr	16*c*	0,00000	0,00000	0,00000
O1	48*f*	0,33520	0,12500	0,12500
O2	8*b*	0,37500	0,37500	0,37500

Таким образом, в научной литературе достаточно полно рассмотрены некоторые физические свойства пирохлоров, а также структура соединений $Nd_2Zr_2O_7$ и $La_2Zr_2O_7$. Однако физические свойства $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ недостаточно экспериментально изучены. Этот пробел призвано восполнить представленное исследование. Цель работы — модельные расчеты электронной структуры и оптических свойств $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$.

Материалы и методы. Выполнены *ab initio* расчеты электронно-энергетической структуры (ЭЭС) $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ в рамках теории функционала плотности. Применялся метод присоединенных плоских волн с добавлением локальных орбиталей *APW*+*lo*. Для реализации задействовали программный пакет *WIEN*2*k* [17], в котором используется полный потенциал, не имеющий предопределенной формы, как, например, *muffin-tin* потенциал.

При построении присоединенной плоской волны применили разложение по *l* внутри атомной сферы до $l_{max} = 10$. В настоящих расчетах использовались следующие радиусы атомных сфер: $R_{(La)} = 2{,}24$ *a.u.*, $R_{(Nd)} = 2{,}26$ *a.u.*, $R_{(Zr)} = 1{,}96$ *a.u.*, $R_{(O)} = 1{,}78$ *a.u.* (1 *a.u.* = 0,529117 Å). Ряд разложения по плоским волнам обрывался на значениях волнового вектора, определяемых по соотношению $R_{min}^{MT} k_{max} = 7$, где R_{min} — радиус минимальной атомной сферы. Зарядовая плотность разлагалась в ряд Фурье до величины $G_{max} = 12\ (a.u)^{-1}$. Плотности электронных состояний получались интегрированием по 1 000 $\vec{k}$ точек в неприводимой зоне Бриллюэна (BZ) методом тетраэдров [18]. Процедура самосогласования проводилась до тех пор, пока не становилось меньше величины $q \leq 0{,}0001$ изменение интегрального заряда $q = \int|\rho_n - \rho_{n-1}|dr$. Здесь $\rho_{n-1}(r)$ и $\rho_n(r)$ — электронные плотности, полученные на итерациях n–1 и n соответственно.

Для расчета обменно-корреляционного потенциала использовались:

– приближение обобщенного градиента (англ. generalized gradient approximation, *GGA*) в параметризации, предложенной авторами [19];

– модифицированный потенциал Беке-Джонсона (англ. modified Becke -Johnson, *mBJ* [20]).

В дополнение к вышеуказанным обменно-корреляционным потенциалам в расчетах ЭЭС учитывалось сильное кулоновское взаимодействие *f*-электронов на одном узле Nd [21] в приближении *PBE*+*U* [22] с *U* = 5*eV*. Таким образом, в окончательном варианте использовались модели обменно-корреляционного потенциала *PBE*+*U и mBJ*+*U* [23].

В $Nd_2Zr_2O_7$ имеется недостроенная 4*f*-оболочка с четырьмя *f*-электронами, поэтому проводили спин-поляризованный расчет ЭЭС. Для атомов La, Nd и Zr учитывалось спин-орбитальное взаимодействие (англ. spin-orbit coupling, SOC). Оно приводит к расщеплению:

– 5*p*-состояний La и Nd на состояния $5p_{1/2}$ и $5p_{3/2}$;

– $4p^6$-состояний Zr на состояния $4p_{1/2}$ и $4p_{3/2}$.

Результаты исследования. В работе рассчитаны полные и парциальные плотности электронных состояний (ППС, англ. density of electron states, DOS). В атоме La нет *f*-электронов, а в атоме Nd — четыре *f*-электрона. Несмотря на это различие, в первом приближении рассчитанные полные плотности электронных состояний и экспериментальные рентгеновские фотоэлектронные спектры валентных полос исследованных соединений демонстрируют похожую структуру — четыре области, отражающие вклады *s*-, *p*-, *d*- и *f*-электронов разных элементов [23].

Данные, приведенные на рис. 2, позволяют сравнить экспериментальный рентгеновский фотоэлектронный спектр (англ. X-ray photoelectron spectrum, *XPS*) с рассчитанными полными и парциальными плотностями *DOS* для соединения $La_2Zr_2O_7$, а рис. 3–5 — для $Nd_2Zr_2O_7$. Ноль шкалы энергии соответствует вершине валентной полосы E_V. Спектры получены в Институте проблем материаловедения имени И.Н. Францевича Национальной академии наук Украины (г. Киев). Особенности эксперимента и оборудование описаны в работе [24].

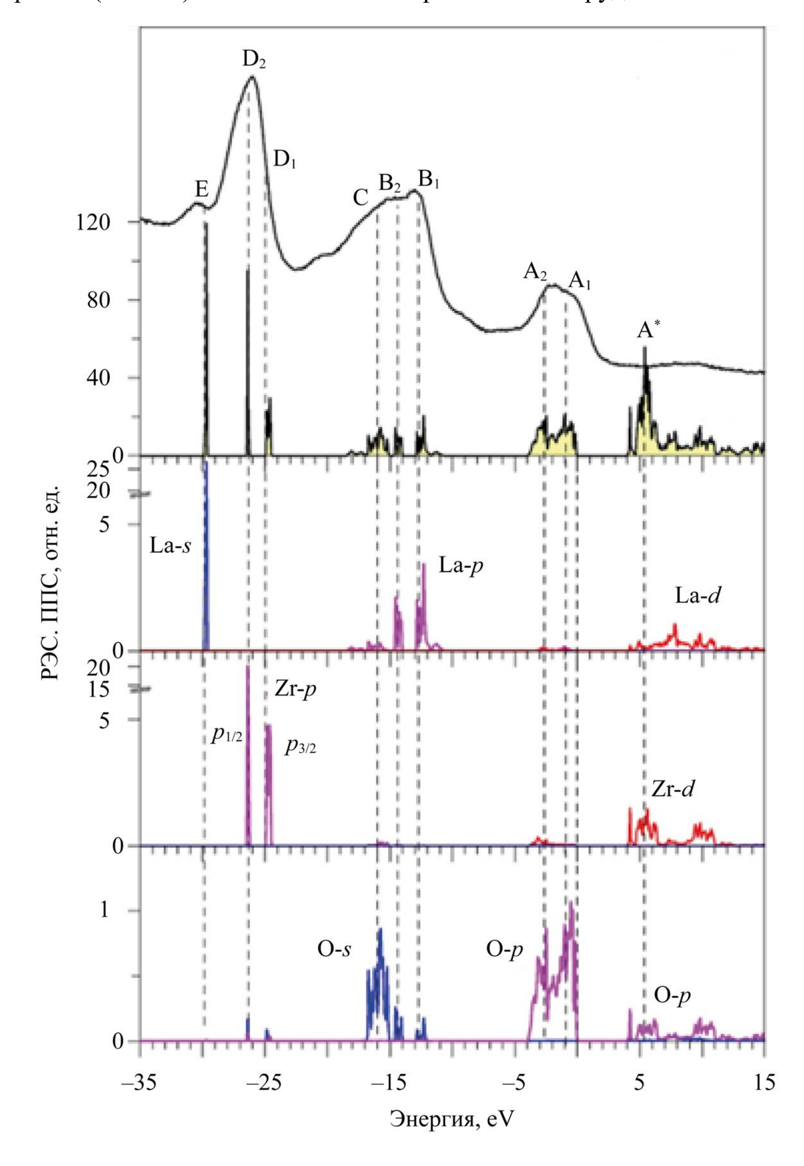


Рис. 2. Рассчитанные в приближении *GGA–PBE–SOC* полная и парциальные плотности электронных состояний (ППС) в сравнении с экспериментальным рентгеновским фотоэлектронным спектром (РЭС) валентной полосы соединения $La_2Zr_2O_7$

На рис. 2 в соединении $La_2Zr_2O_7$ представлена область 1 — верхняя часть валентной полосы от 0 до 4 эВ. Эта область формируется в основном 2*p*-состояниями кислорода с небольшой примесью 4*d*-состояний Zr, 5*s*-состояний Zr, а также 6*s*- и 5*d*-состояний La.

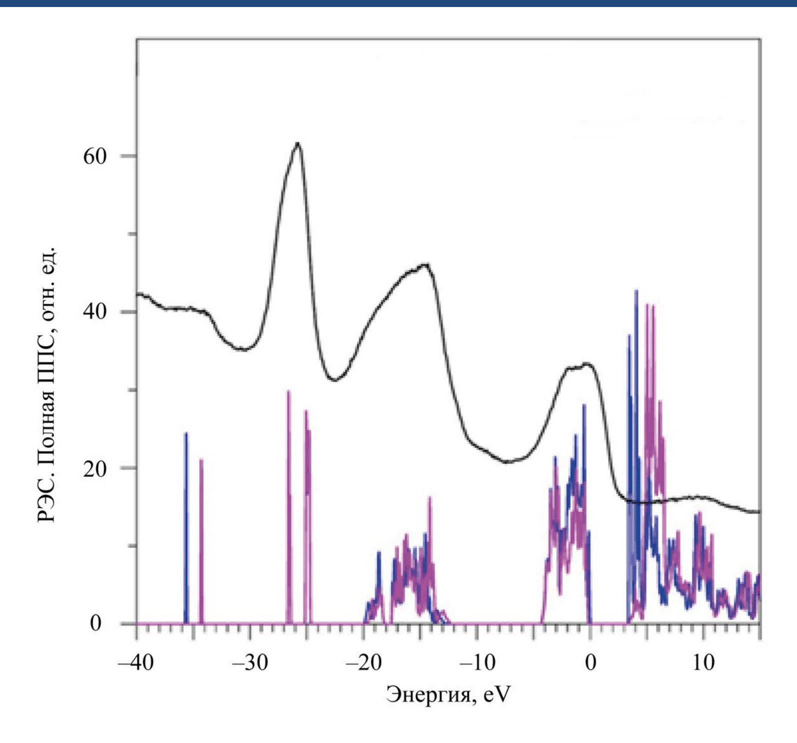


Рис. 3. Рассчитанные в приближении *GGA–PBE+U+SOC* полные плотности электронных состояний (ППС) со спином вверх и спином вниз в сравнении с экспериментальным рентгеновским фотоэлектронным спектром (РЭС)

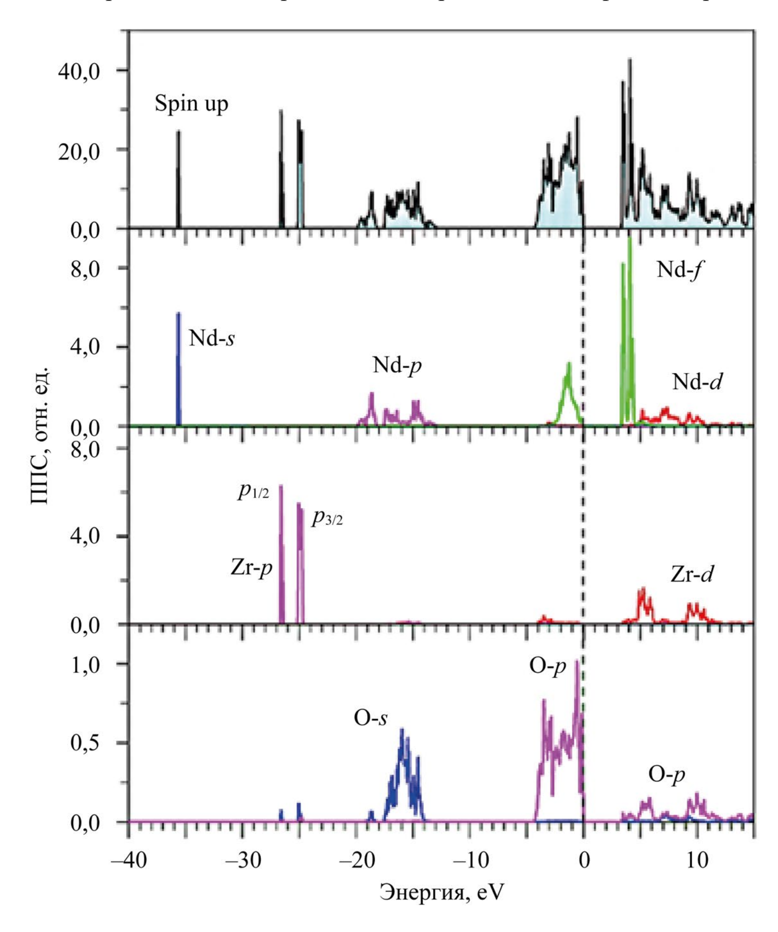


Рис. 4. Рассчитанные в приближении *GGA–PBE+U+SOC* полная и парциальные плотности (ППС) электронных состояний для спина вверх (spin up) в $Nd_2Zr_2O_7$

Здесь в $Nd_2Zr_2O_7$ у вершины валентной полосы располагаются *f*-состояния Nd со спином вверх. Рентгеновский фотоэлектронный спектр (*XPS*) подтверждает расчет. Видно, что самый близкий к вершине валентной полосы широкий пик с элементами A_1 и A_2 в $La_2Zr_2O_7$ и *A* в $Nd_2Zr_2O_7$ соответствует 2*p*-состояниям атомов кислорода O1 и O2.

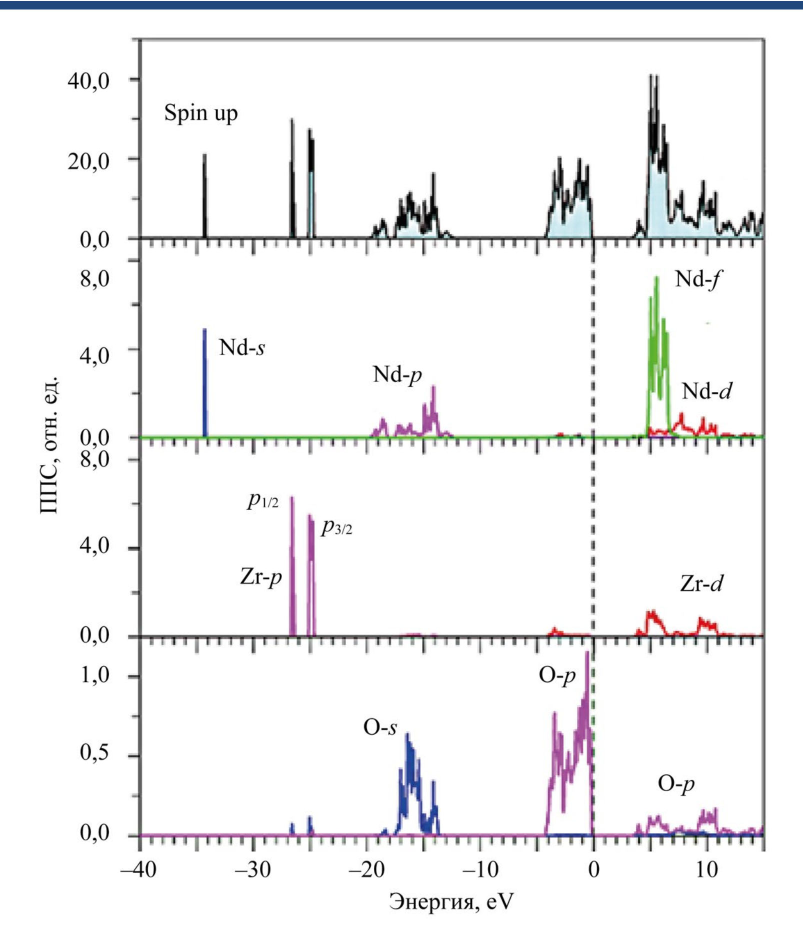


Рис. 5. Рассчитанные в приближении *GGA–PBE+U+SOC* полная и парциальные плотности электронных состояний (ППС) для спина вниз (spin down) в $Nd_2Zr_2O_7$

В областях 2, 12–18 эВ от E_v на *XPS* имеется также широкий пик с особенностями B_1, B_2 и *C* для $La_2Zr_2O_7$ и *B* для $Nd_2Zr_2O_7$. Теоретический расчет показывает всю тонкую структуру, которая формирует пик на *XPS*. $5p^6$-состояния La и Nd расщеплены на состояния $5p_{1/2}$- и $5p_{3/2}$. Это расщепление проявляется уже в свободных атомах La и Nd [25].

Спин-орбитальное расщепление в свободном атоме присутствует и в твердом теле (рис. 2) на третьей панели снизу для парциальных состояний La. Именно спин-орбитальное расщепление 5*p*-состояний La приводит к расщеплению 2*s*-состояний кислорода. Это хорошо видно на самой нижней панели рис. 2, где приведены парциальные состояния кислорода. Как видно из рис. 2, в энергетической области ~12–18 эВ глубоколежащие 5*p*-состояния La взаимодействуют с 2*s*-состояниями кислорода. Такое взаимодействие глубоколежащих состояний в твердом теле необычно и связано прежде всего:

– со спин-орбитальным расщеплением 5*p*-состояний *La*;

– с тем, что 2*s*-волновая функция кислорода пространственно и энергетически сильно растянута.

Наличие элементов структуры B_1, B_2 и *C* на рентгеновском фотоэлектронном спектре хорошо совпадает с расчетами пика на парциальных плотностях электронных состояний La и O.

Третья область энергий (от 24 до 27 эВ) от E_v — пики D_1 и D_2 на рентгеновском фотоэлектронном спектре $La_2Zr_2O_7$, *C* — на спектре $Nd_2Zr_2O_7$. Эта область соответствует 4*p*-состояниям Zr, которые расщепляются в атоме на:

– $4p_{1/2}$-состояние с энергией 35 эВ (N_2);

– $4p_{3/2}$-состояния с энергией 33 эВ (N_3).

На кривой *XPS* $La_2Zr_2O_7$ расщепление 4*p*-состояний *Zr* проявляется в виде асимметрии линий с элементами D_1 и D_2.

Самые глубоколежащие состояния валентных полос $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ — это уже полуостовные состояния). Четвертая область энергий на *XPS*-спектре (небольшой пик *E* на рис. 2, 3) — это 5*s*-состояния La и Nd. Отметим, что La 5*s*-состояния в $La_2Zr_2O_7$ не расщеплены по сравнению с 5*s*-состояниями Nd с разными направлениями спина (рис. 3). Расщепление 5*s*-состояний Nd для спина вверх и спина вниз происходит под действием внутреннего магнитного поля. Оно создается четырьмя 4*f*-электронами, которые выстраиваются одинаково со спином вверх по правилу Хунда [26]. Широкий наплыв *D* на *XPS*-спектре (рис. 3) соответствует расщепившимся в теоретическом расчете 5*s*-состояниям Nd.

Энергетическое распределение электронных состояний в валентной полосе $La_2Zr_2O_7$ хорошо коррелирует со значениями электроотрицательности (ЭО) элементов [27], входящих в это соединение (таблица 2).

Таблица 2

Электроотрицательность элементов, входящих в исследуемые соединения [27]

Элемент	O	Zr	La	Nd	Sm	Eu	Gd
ЭО	3,44	1,33	1,10	1,14	1,17	1,20	1,20

Итак, самая большая ЭО у кислорода (3,44), поэтому вполне закономерно, что верхняя часть валентной полосы формируется 2*p*-состоянием O. Примешивание к 2*p*-состояниям кислорода 4*d*- и 5*s*- состояний Zr незначительное, поскольку связь Zr-O1 имеет преимущественно ионный характер. Электроотрицательность кислорода (ЭО = 3,44) значительно выше Zr (ЭО = 1,33) За счет этого, по-видимому, происходит оттягивание 4*d*- и 5*s*-электронной плотности Zr к атому кислорода (O1), что характерно для октаэдрического окружения атома Zr атомами *O*1. В окружении атома *La* также имеется 6 атомов O1. Электроотрицательность La (ЭО = 1,1) значительно меньше $ЭО^S$ = 3,44. Примешивание 5*d*- и 6*s*-состояний La почти не наблюдается. Связь атомов La и O1 носит преимущественно ионный характер, доля ковалентности в этой связи весьма небольшая.

Дно полосы проводимости в обоих соединениях формируется в основном незанятыми *f*- и *d*-состояниями La/Nd, а также *d*-состояниями Zr (рис. 2, 4, 5).

Известной проблемой расчетов, использующих обменно-корреляционный потенциал в *GGA*-приближении, является приуменьшение получаемого значения ширины запрещенной полосы. Для некоторых непроводящих соединений расчеты дают даже проводящее состояние или, как в случае $Nd_2Zr_2O_7$ в данном расчете, нулевое значение ширины запрещенной полосы. Учет сильного взаимодействия *f*-электронов в атоме Nd, например в рамках приближения *LDA+U* (или *GGA+U*) в расчетах ЭЭС $Nd_2Zr_2O_7$, приводит к появлению небольшой запрещенной полосы, но близкое к экспериментальным значение можно получить либо в схемах расчета, учитывающих многоэлектронные явления, либо при использовании гибридных или метапотенциалов, таких как модифицированный потенциал Беке-Джонсона (*mBJ*) [28].

В таблице 3 даны значения ширин запрещенных полос E_g. Их рассчитали с учетом спин-орбитального расщепления (*SOC*) электронных состояний в атомах La и Nd в приближениях *GGA–PBE* для $La_2Zr_2O_7$ (*GGA–PBE+SOC*) и *GGA+PBE+U+SOC* (с $U = 5eV$ для 4*f*-состояний Nd) для $Nd_2Zr_2O_7$.

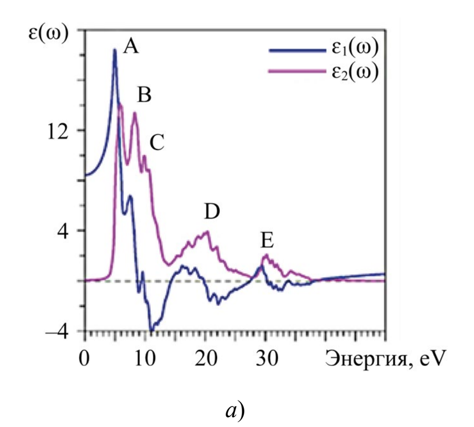
Таблица 3

Рассчитанные значения ширин запрещенных полос E_g

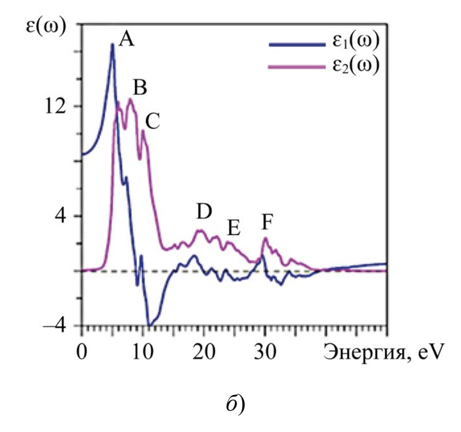
Соединение	Обменно-корреляционный потенциал	E_g, eV
$La_2Zr_2O_7$	*GGA–PBE+SOC*	3,928
$Nd_2Zr_2O_7$	*GGA–PBE+U+SOC*	3,393

Комплексная диэлектрическая функция $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$ — наиболее важная характеристика для расчета оптического отклика материалов на электромагнитное воздействие. Диэлектрическая функция, в принципе, должна включать в себя как переходы между зонами, так и переходы в пределах зоны. Межзонные переходы разделяются на прямые и непрямые. В данных расчетах игнорируются два фактора. Первый — внутризонные переходы, так как они важны для металлов, а исследуемые соединения — полупроводники. Второй — вклады фононов и других квазичастиц, включенных в непрямые межзонные переходы. Рассматриваются только прямые переходы между занятыми и незанятыми состояниями. Кубическая симметрия кристаллической структуры пирохлора определяет только три ненулевых (диагональных) элемента диэлектрического тензора, причем значения всех этих трех элементов одинаковы.

Рассчитанные кривые действительной $\varepsilon_1(\omega)$ и мнимой $\varepsilon_2(\omega)$ частей диэлектрической проницаемости для $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ приведены на рис. 6.



а)



б)

Рис. 6. Рассчитанные действительная (ε_1) и мнимая части диэлектрической проницаемости: *а* — $La_2Zr_2O_7$; *б* — $Nd_2Zr_2O_7$

Спектральные пики поглощающей части диэлектрической функции соответствуют разрешенным дипольным переходам между валентной зоной и зоной проводимости. Для идентификации элементов тонкой структуры необходимо сравнить величины оптических матричных элементов. Наблюдаемые структуры будут соответствовать тем переходам, которые имеют большие значения оптических матричных дипольных элементов перехода. При расчете $\varepsilon_2(\omega)$ учитывались только дипольные переходы внутри атома, т.е. без перекрестных переходов. Интерпретация пиков *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* на рис. 6 для $\varepsilon_2(\omega)$ приведена в таблице 4.

Таблица 4

Интерпретация основных максимумов $\varepsilon_2(\omega)$

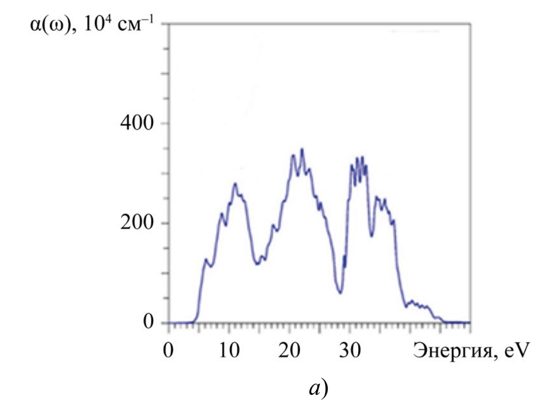
Соединение	Пик	Энергия, eV	Атом	Переход
$La_2Zr_2O_7$	*A*	≈ 5	O	$p \to s(d)$
	B	≈ 8	O	$p \to s$
	C	≈ 10	O	$p \to s$
	D	≈ 20	O La	$p \to s$ $5p \to d$
	E	≈ 30	Zr	$4p \to d$
$Nd_2Zr_2O_7$	*A*	5,07	O	$p \to s$
	B	7,8	O	$p \to s$
	C	10,2	O	$p \to s$
	D *E*	19,09 24,02	O Nd	$p \to s$ $5p \to d$
	F	30,11	Zr	$4p \to d$

На рис. 6 отражен процесс, когда электроны *p*-симметрии в верхней части валентной полосы (пик *A* на *XPS*) переходят к состояниям *s*- и *d*-симметрии в зоне проводимости атома кислорода. Так сформировался самый высокий пик кривой мнимой части диэлектрической функции $\varepsilon_2(\omega)$, охватывающей диапазон 5–8 эВ.

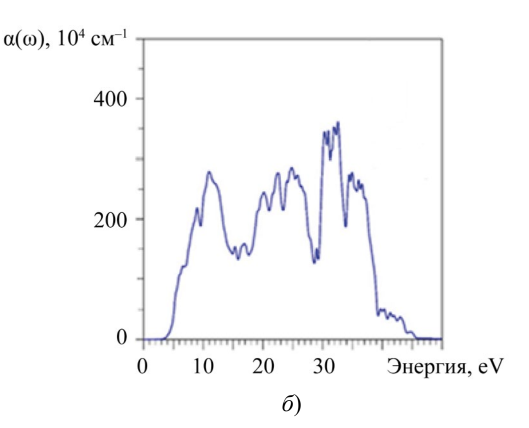
Второй и третий по высоте пики кривой $\varepsilon_2(\omega)$ — *B* и *C* с энергиями 8,28 и 9,86 эВ соответственно. Они обусловлены переходами валентных *p*-электронов кислорода на свободные состояния *s*-симметрии кислорода. Рассмотрим широкий максимум *D* на кривой $\varepsilon_2(\omega)$. Частокол из небольших дополнительных пиков появился за счет переходов электронов *s*-симметрии кислорода на свободные состояния *p*-симметрии кислорода. Кроме того, в пике *D* (энергия ~20 эВ), есть вклад переходов валентных 5*p*-электронов La на свободные в зоне проводимости *d*-состояния La. Наконец, небольшой пик *E* (энергия ~30 эВ) соответствует переходу валентных 4*p*-электронов *Zr* на незанятые *d* состояния Zr. При нулевой энергии рассчитанное значение $\varepsilon_2(0)$ для $La_2Zr_2O_7$ равно 8,4334, а для $Nd_2Zr_2O_7$ — 8,501.

Все другие оптические свойства могут быть выведены из $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$. Это, например: коэффициент поглощения $\alpha(\omega)$, показатель преломления $n(\omega)$, коэффициент экстинкции $k(\omega)$, оптический коэффициент отражения $R(\omega)$ и спектр энергетических потерь $L(\omega)$ [28].

Высокий оптический коэффициент поглощения $\alpha(\omega) > 10^5$ см$^{-1}$ [29] фиксируется в трех ярко выраженных областях: от 5 до 14 эВ, от 14 до 28 эВ и от 28 до 40 эВ (рис. 7). По-видимому, такое поглощение может указывать на перспективность использования тонкопленочных элементов из $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$.



а)

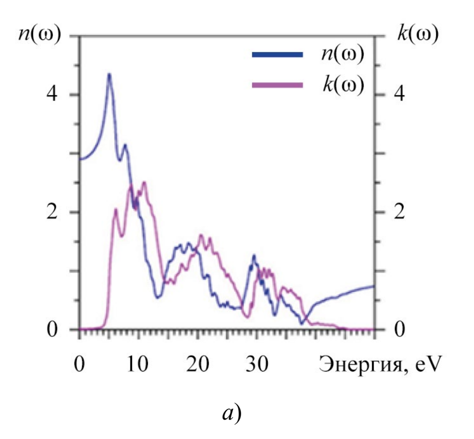


б)

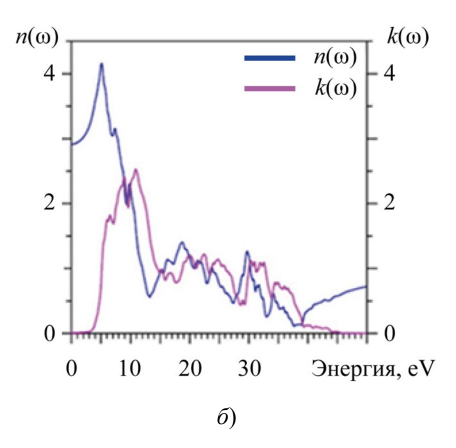
Рис. 7. Рассчитанный коэффициент поглощения $\alpha(\omega)$: *а* — $La_2Zr_2O_7$; *б* — $Nd_2Zr_2O_7$

Кроме того, спектр оптического поглощения характеризуется большим количеством пиков. Они формируются благодаря переходам между занятыми уровнями валентной зоны и свободными уровнями зоны проводимости, разрешенными правилами отбора ($\Delta l \neq 0$) и относящимися к одному атому (перекрестные переходы между соседними атомами маловероятны). Такой частокол небольших пиков на кривой $a(\omega)$, несомненно, связан с особенностями описанного выше электронно-энергетического строения $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$. Вероятно, его нужно учесть при использовании этих соединений в оптоэлектронике.

Комплексный показатель преломления $N(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)$ можно получить из комплексной диэлектрической функции $\varepsilon(\omega)$, причем показатель преломления $n(\omega)$ зависит в основном от действительной части $\varepsilon_1(\omega)$, а коэффициент экстинкции $k(\omega)$ — от мнимой части диэлектрической функции $\varepsilon_2(\omega)$ [30].



а)



б)

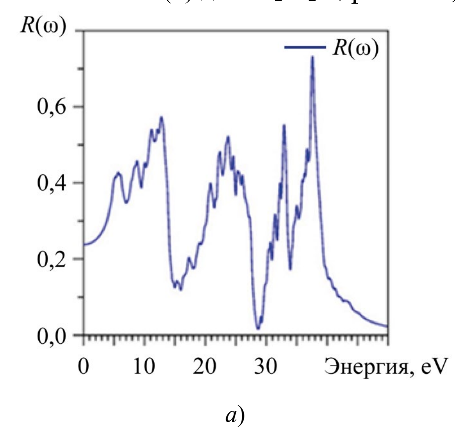
Рис. 8. Рассчитанные показатель преломления $n(\omega)$ и коэффициент экстинкции $k(\omega)$: *а* — $La_2Zr_2O_7$; *б* — $Nd_2Zr_2O_7$

При нулевой энергии рассчитанное значение $n(0)$ (статический показатель преломления) для $La_2Zr_2O_7$ равно 2,904, а для $Nd_2Zr_2O_7$ — 2,916.

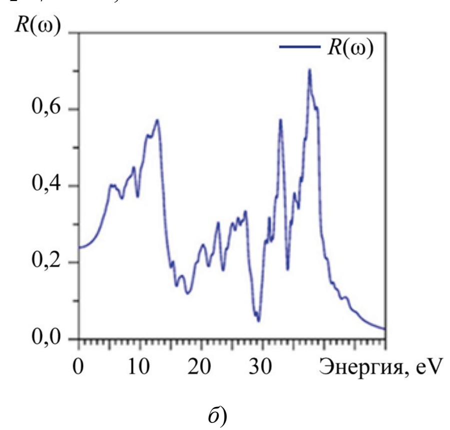
Коэффициент экстинкции $k(\omega)$, ответственный за поглощение падающей на кристалл электромагнитной волны, получен из мнимой части диэлектрической функции $\varepsilon_2(\omega)$ (рис. 6), поэтому здесь имеются также три области, где величина $k(\omega)$ возрастает от 5 до 13 эВ, от 14 до 28 эВ и от 28 до 40 эВ. Затухание интенсивности, представленное коэффициентом экстинкции $k(\omega)$, начинается с уменьшением функции $n(\omega)$ (рис. 8). Кристаллы $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ могут поглощать фотоны в широком диапазоне энергий (4–10 эВ).

В целом, коэффициент экстинкции $La_2Zr_2O_7$ и $Nd_2Zr_2O_7$ не является изотропным и имеет три хорошо выраженные области (энергии указаны выше), где не наблюдается изотропное поведение $k(\omega)$. В этих областях различие значений $k(\omega)$ составляет 25–50 %.

Коэффициент отражения $R(\omega)$ показан на рис. 9. Спектр $R(\omega)$ состоит из трех ярко выраженных энергетических областей. Эта же особенность отмечалась для других оптических характеристик. При нулевой энергии рассчитанное значение $R(0)$ для $La_2Zr_2O_7$ равно 23,786 %, а для $Nd_2Zr_2O_7$ — 23,935 %.



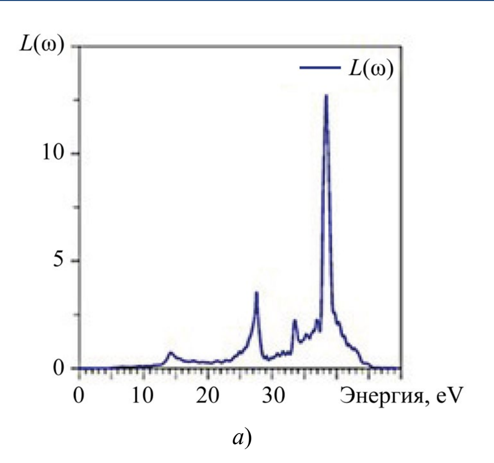
а)



б)

Рис. 9. Рассчитанный коэффициент отражения $R(\omega)$: *а* — $La_2Zr_2O_7$; *б* — $Nd_2Zr_2O_7$

Из рис. 8 видно, что не поглощаются падающие фотоны с энергией, меньшей, чем энергия запрещенной щели (~4 эВ). Фотоны с энергией от 4 эВ до ~40 эВ поглощаются кристаллами $La_2Zr_2O_7$, $Nd_2Zr_2O_7$ и возбуждают электроны в зоне проводимости, а в валентной зоне образуются положительно заряженные дырки. Однако часть энергии фотона будет потеряна при термализации, и ее отражает спектр энергетических потерь электрона $L(\omega)$, приведенный на рис. 10.



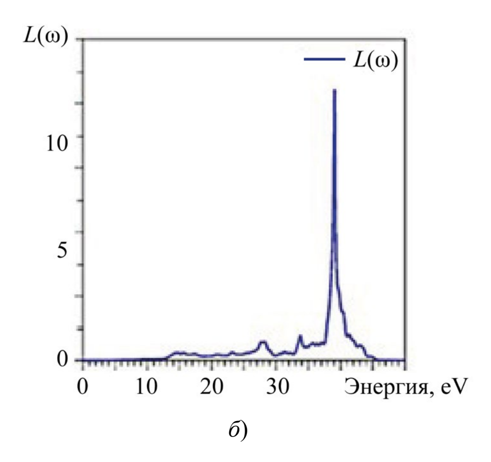


Рис. 10. Рассчитанный спектр энергетических потерь электрона: *а* — $La_2Zr_2O_7$; *б* — $Nd_2Zr_2O_7$

Потери энергии электроном становятся значительными при 14 эВ (маленький пик),~27 эВ,~33,5 эВ. Наибольшая величина *R*(ω) достигается при 39 эВ, что соответствует резко понижающему краю коэффициента поглощения *a*(ω) (рис. 7).

Обсуждение и заключение. Расчет плотностей электронных состояний валентных полос $La_2Zr_2O_7$, $Nd_2Zr_2O_7$ дал два результата:

– позволил объяснить все основные особенности экспериментальных рентгеновских фотоэлектронных спектров этих соединений в области энергий ~35 eV от вершины валентной полосы;

– показал, электроны какой симметрии определили основные особенности экспериментальных спектров.

Вместе с полученными плотностями незанятых состояний рассчитанные плотности занятых состояний позволили вычислить оптические коэффициенты исследованных соединений. Крайне важно учитывать поправки в обменно-корреляционной части потенциала (*GGA+U*, *mBJ*). Только с ними удается получить значения ширин запрещенных полос, соответствующие экспериментальным данным. Для $Nd_2Zr_2O_7$ расчеты без поправок вообще показывают отличную от нуля плотность состояний на уровне Ферми.

Список литературы / References

1. Chartier A, Meis C, Crocombette J, Corrales LR, Weber WJ. Atomistic Modeling of Displacement Cascades in $La_2Zr_2O_7$ Pyrochlore. *Physical Review B*. 2003;67:174102. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.67.174102

2. Stanek CR, Minervini L, Grimes RW. Nonstoichiometry in $A_2B_2O_7$ Pyrochlores. *Journal of the American Ceramic Society*. 2002;85(11):2792–2798. https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.2002.tb00530.x

3. Pirzada M, Grimes RW, Minervini L, Maguire JF, Sickafus KE. Oxygen Migration in $A_2B_2O_7$ Pyrochlores. *Solid State Ionics*. 2001;140:201–208. https://doi.org/10.1016/S0167-2738(00)00836-5

4. Tabira Y, Withers RL, Minervini L, Grimes RW. Systematic Structural Change in Selected Rare Earth Oxide Pyrochlores as Determined by Wide-Angle CBED and a Comparison with the Results of Atomistic Computer Simulation. *Journal of Solid State Chemistry*. 2000;153(1):16–25. https://doi.org/10.1006/jssc.2000.8712

5. Helean KB, Ushakov SV, Brown CE, Navrotsky A, Lian J, Ewing RC, et al. Formation Enthalpies of Rare Earth Titanate Pyrochlores. *Journal of Solid State Chemistry*. 2004;177(6):1852–1866. https://doi.org/10.1016/j.jssc.2004.01.009

6. Lian J, Zu XT, Kutty KVG, Chen J, Wang LM, Ewing RC. Ion-Irradiation-Induced Amorphization of $La_2Zr_2O_7$ Pyrochlore. *Physical Review B*. 2002;66:054108. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.66.054108

7. Chen J, Lian J, Wang LM, Ewing RC, Wang RG, Pan W. X-ray Photoelectron Spectroscopy Study of Disordering in $Gd_2(Ti_{1-x}Zr_x)_2O_7$ Pyrochlores. *Physical Review Letters*. 2002;88:105901. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.105901

8. Yong Jiang, Smith JR, Odette GR. Prediction of Structural, Electronic and Elastic Properties of $Y_2Ti_2O_7$ and Y_2TiO_5. *Acta Materialia*. 2010;58(5):1536–1543. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2009.10.061

9. Winter MR, Clarke DR. Thermal Conductivity of Yttria-Stabilized Zirconia-Hafnia Solid Solutions. *Acta Materialia*. 2006;54(19):5051–5059. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2006.06.038

10. Matteucci F, Cruciani G, Dondi M, Baldi G, Barzanti A. Crystal Structural and Optical Properties of Cr-Doped $Y_2Ti_2O_7$ and $Y_2Sn_2O_7$ Pyrochlores. *Acta Materialia*. 2007;55(7):2229–2238. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2006.11.008

11. Uno M, Kosuga A, Okui M, Horisaka K, Muta H, Kurosaki K, et al. Photoelectrochemical Study of Lanthanide Zirconium Oxides, $Ln_2Zr_2O_7$ (Ln = La, Ce, Nd and Sm). *Journal of Alloys and Compounds*. 2006;420:291–297. https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2005.10.072

12. Ciomaga Hatnean M, Lees MR, Balakrishnan G. Growth of Single-Crystals of Rare-Earth Zirconate Pyrochlores, $Ln_2Zr_2O_7$ (with Ln = La, Nd, Sm, and Gd) by the Floating Zone Technique. *Journal of Crystal Growth*. 2015;418:1–6. https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2015.01.037

13. Feng J, Xiao B, Wan CL, Qu ZX, Huang ZC, Chen JC, et al. Electronic Structure, Mechanical Properties and Thermal Conductivity of $Ln_2Zr_2O_7$ (Ln = La, Pr, Nd, Sm, Eu and Gd) Pyrochlore. *Acta Materialia*. 2011;59(4):1742–1760. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2010.11.041

14. Zheng Li, Wei Pan. Electronic Structure and Transport Properties of $La_2Zr_2O_7$ Pyrochlore from First Principles. *Solid State Phenomena*. 2018;281:767–773. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/SSP.281.767

15. Liu B, Wang JY, Zhou YC, Liao T, Li FZ. Theoretical Elastic Stiffness, Structure Stability and Thermal Conductivity of $La_2Zr_2O_7$ Pyrochlore. *Acta Materialia*. 2007;55(9):2949–2957. https://doi.org/10.1016/j.actamat.2006.12.035

16. Subramanian MA, Aravamudan G, Subba Rao GV. Oxide Pyrochlores — A Review. *Progress in Solid State Chemistry*. 1983;15(2):55–143. https://doi.org/10.1016/0079-6786(83)90001-8

17. Blaha P, Schwarz K, Tran F, Laskowski R, Madsen GKH, Marks LD. WIEN2k: an APW+lo Program for Calculating the Properties of Solids. *Journal of Chemical Physics*. 2020;152(7):074101. https://doi.org/10.1063/1.5143061

18. Blöchl PE, Jepsen O, Andersen OK. Improved Tetrahedron Method for Brillouin-Zone Integrations. *Physical Review B*. 1994;49(23):16223–16233. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.49.16223

19. Perdew JP, Burke K, Ernzerhof M. Generalized Gradient Approximation Made Simple. *Physical Review Letters*. 1996;77(18):3865–3868. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.3865

20. Tran F, Blaha P. Accurate Band Gaps of Semiconductors and Insulators with a Semilocal Exchange-Correlation Potential. *Physical Review Letters*. 2009;102(22):226401. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.226401

21. Anisimov VI, Solovyev IV, Korotin MA, Czyżyk MT, Sawatzky GA. Density-Functional Theory and NiO Photoemission Spectra. *Physical Review B*. 1993;48(23):16929–16934. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.48.16929

22. Novák P, Boucher F, Gressier P, Blaha P, Schwarz K. Electronic Structure of the Mixed Valence System $(YM)_2BaNiO_5$ (M = Ca, Sr). *Physical Review B*. 2001;63(23):235114. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.63.235114

23. Hong Jiang. Band Gaps from the Tran-Blaha Modified Becke-Johnson Approach: A Systematic Investigation. *The Journal of Chemical Physics*. 2013;138(13):134115. https://doi.org/10.1063/1.4798706

24. Tuan V Vu, Khyzhun OY, Lavrentyev AA, Gabrelian BV, Kalmykova KF, Isaenko LI, et al. Electronic Band Structure and Optical Properties of $Li_2In_2GeSe_6$ Crystal. *Materials Today Communications*. 2023;35:105798. https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2023.105798

25. Lotz W. Electron Binding Energies in Free Atoms. *The Journal of the Optical Society of America*. 1970:60(2):206–210.

26. Lide DR (ed). *CRS Handbook of Chemistry and Physics*. 87th ed. Boca Raton; London; New York: CRC Press; Taylor & Francis; 2007. 2608 p.

27. Ambrosch-Draxl C, Sofo JO. Linear Optical Properties of Solids within the Full-Potential Linearized Augmented Planewave Method. *Computer Physics Communications*. 2006;175(1):1–14. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2006.03.005

28. Khan SA, Reshak AH. Optoelectronic and Transport Properties of Zintl Phase $KBa_2Cd_2Sb_3$ Compound. *Computational Materials Science*. 2014;95:328–336. https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2014.07.031

29. Boujnah M, Dakir O, Zaari H, Benyoussef A, Kenz AE. Optoelectronic Response of Spinels CdX2O4 with X = (Al, Ga, In) through the Modified Becke-Johnson Functional. *Journal of Applied Physics*. 2014;116(12):123703. https://doi.org/10.1063/1.4896110

30. Tuan V Vu, Lavrentyev AA, Doan V Thuan, Chuong V Nguyen, Khyzhun OY, Gabrelian BV, et al. Electronic Properties and Optical Behaviors of Bulk and Monolayer ZrS_2: A Theoretical Investigation. *Superlattices and Microstructures*. 2019;125:205–213. https://doi.org/10.1016/j.spmi.2018.11.008

Об авторах:

Анатолий Александрович Лаврентьев, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий, кафедра «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearchGate, alavrentyev@donstu.ru

Борис Витальевич Габрельян, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, boris.gabrelian@gmail.com

Ву Ван Туан, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, «Лаборатория вычислительной физики» института вычислительной науки и искусственного интеллекта, Университет Ван Ланг, Хошимин, Вьетнам, ORCID, ScopusID, vuvan.tuan@mail.ru

Ксения Федоровна Калмыкова, ассистент, кафедра «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearchGate, 16ksy16@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

А.А. Лаврентьев: разработка концепции, научное руководство, административное руководство исследовательским проектом.

Б.В. Габрельян: разработка методологии, формальный анализ, курирование данных, валидация результатов.

Ву Ван Туан: предоставление ресурсов, валидация результатов, написание черновика рукописи.

К.Ф. Калмыкова: формальный анализ, написание рукописи.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Anatoliy A. Lavrentyev, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Electrical Engineering and Electronics Department, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearchGate, alavrentyev@donstu.ru

Boris V. Gabrelian, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, boris.gabrelian@gmail.com

Vu Van Tuan, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher, Laboratory of Computational Physics, Institute of Computational Science and Artificial Intelligence, Van Lang University (69/68, Dang Thuy Tram Str. Ward 13, Binh Thanh District, Ho Chi Minh City, 70000, Vietnam), ORCID, ScopusID, vuvan.tuan@mail.ru

Ksenia F. Kalmykova, Teaching Assistant of the Electrical Engineering and Electronics Department, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearchGate, 16ksy16@mail.ru

Claimed Contributorship:

AA Lavrentyev: conceptualization, supervision, project administration.

BV Gabrelian: methodology, formal analysis, data curation, validation.

Vu Van Tuan: resources, validation, writing – original draft preparation.

KF Kalmykova: formal analysis, writing – review and editing.

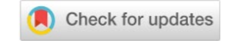
Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final version of manuscript.

Поступила в редакцию / Received 10.03.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 03.04.2025
Принята к публикации / Accepted 14.04.2025

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT





УДК 519.688
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-142-151

Оригинальное эмпирическое *исследование*



EDN: LDXARH

Интеграция сенсорных данных и математическое моделирование поведения подводного робота с использованием цифрового двойника

М.Д. Гладышев  ✉, **А.В. Рыбаков** 

Астраханский государственный университет имени В.Н. Татищева, г. Астрахань, Российская Федерация
✉ mih.gladishev@gmail.com

Аннотация

Введение. Управление подводными робототехническими комплексами (ПРТК) осложняется такими факторами, как инерционность, стохастические возмущения и недостаток навигационной инфраструктуры. Существующие подходы к моделированию и прогнозированию поведения ПРТК известны слабой или отсутствующей интеграцией данных с реальных сенсоров в режиме реального времени. Устранив указанный пробел в комплексных решениях, можно объединить физические модели, цифровые двойники и визуализацию. Перспективный инструмент для преодоления названных выше ограничений — цифровой двойник (англ. digital twin, DT), обеспечивающий точную цифровую репрезентацию объекта через интеграцию данных от физических сенсоров и математических моделей. Цель представленного исследования — разработка метода прогнозирования динамики ПРТК с использованием цифрового двойника для повышения эффективности автономного управления.

Материалы и методы. Основа исследования — разработка математической модели движения подводного робототехнического комплекса. Она включает дифференциальную кинематику, моделирование сопротивления среды и динамики поворота. Для сбора и обработки данных использовались сенсоры: инкрементальные энкодеры, трехосевой акселерометр и гироскоп. Для управления движением по каждой оси задействовали пропорционально-интегрально дифференцирующий (ПИД) регулятор. Для визуализации и проверки модели применялась игровая среда «Юнити» (Unity). В ней создали модуль цифрового двойника с возможностью отображения состояния системы в реальном времени. В качестве программного обеспечения использовалась платформа «Ардуино Ай-ди-и» (Arduino IDE) для низкоуровневого программирования, а также «Матлаб» (Matlab) и «Питон» (Python) для анализа данных и построения графиков.

Результаты исследования. Для верификации модели проводились эксперименты на физическом макете. Их сопоставили с симуляцией поведения объекта в виртуальной среде. Представлены графики расхождений между физическими и симулированными траекториями. Рассчитаны статистические метрики, характеризующие точность цифрового двойника. Максимальное отклонение по координатам не превышает 5,3 мм, среднее угловое отклонение составило 3,5°. Это подтверждает достоверность и практическую применимость предложенной модели при автономном управлении робототехническим комплексом. Установлено также, что средняя ошибка по X — 3,11 мм, по Y — 2,92 мм. Средняя ошибка угла Z — 1,8°. Время реакции — менее 10 мс. Устойчивость цифрового двойника к незначительным флуктуациям в данных обеспечивается благодаря сглаживанию входных данных, стабильностью системного регулятора и адаптации модели к калибровочным значениям на старте каждого цикла.

Обсуждение и заключение. Цифровые двойники подходят для прогностического управления и наблюдения за объектом в условиях неопределенности. Предложенный подход целесообразно масштабировать для различных типов робототехнических систем, функционирующих в агрессивных и слабо предсказуемых средах. Дальнейшие исследования в этом направлении могут быть связаны с внедрением адаптивных и нейросетевых методов управления.

Ключевые слова: цифровой двойник автономной робототехнической системы, подводный робототехнический комплекс, предиктивное управление, подводный робот

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и замечания, позволившие повысить ее качество.

Для цитирования. Гладышев М.Д., Рыбаков А.В. Интеграция сенсорных данных и математическое моделирование поведения подводного робота с использованием цифрового двойника. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2025;25(2):142–151. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-142-151

Original Empirical Research

Integration of Sensor Data and Mathematical Modeling of Underwater Robot Behavior Using a Digital Twin

Mikhail D. Gladyshev ✉, **Alexey V. Rybakov**
Astrakhan Tatishchev State University, Astrakhan, Russian Federation
✉ mih.gladishev@gmail.com

Abstract

Introduction. Control of underwater robotic complexes (URC) is complicated by factors, such as inertia, stochastic disturbances, and lack of navigation infrastructure. Existing approaches to modeling and predicting URS behavior are known for their weak or absent integration of data from real sensors in real time. By eliminating this gap in integrated solutions, it is possible to combine physical models, digital twins, and visualization. A promising tool for overcoming the above limitations is a digital twin (DT), which provides an accurate digital representation of an object through the integration of data from physical sensors and mathematical models. The objective of the presented study is to develop a method for predicting the dynamics of the URC using a digital twin to improve the efficiency of autonomous control.

Materials and Methods. The basis of the study was the development of a mathematical model of the motion of an underwater robotic complex. It included differential kinematics, modeling of environmental resistance, and rotation dynamics. The following sensors were used to collect and process data: incremental encoders, a three-axis accelerometer, and a gyroscope. A proportional-integral differentiating (PID) controller was applied to control the motion along each axis. The Unity Game Environment was used to visualize and test the model. It created a digital twin module with the ability to display the system state in real time. The Arduino IDE platform was used as software for low-level programming, as well as MATLAB and Python for data analysis and graphing.

Results. To verify the model, experiments were conducted on a physical model. They were compared to the simulation of the object's behavior in a virtual environment. Graphs of discrepancies between physical and simulated trajectories were presented. Statistical metrics characterizing the accuracy of the digital twin were calculated. The maximum deviation in coordinates did not exceed 5.3 mm, the average angular deviation was 3.5°. This confirmed the reliability and practical applicability of the proposed model in autonomous control of a robotic complex. It was also found that the average error along X — 3.11 mm, along Y — 2.92 mm. The average error in angle Z — 1.8°. The response time was less than 10 ms. The stability of the digital twin to minor fluctuations in the data was provided by smoothing the input data, the stability of the system regulator, and adaptation of the model to the calibration values at the start of each cycle.

Discussion and Conclusion. Digital twins are suitable for predictive control and monitoring of an object under uncertainty. The proposed approach can be scaled for various types of robotic systems operating in aggressive and poorly predictable environments. Further research in this area may involve the introduction of adaptive and neural network control methods.

Keywords: digital twin of an autonomous robotic system, underwater robotic complex, predictive control, underwater robot

Acknowledgments. The authors would like to thank the editors and reviewers for their attentive attitude to the article and comments that allowed them to improve its quality.

For Citation. Gladyshev MD, Rybakov AV. Integration of Sensor Data and Mathematical Modeling of Underwater Robot Behavior Using a Digital Twin. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(2):142–151. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-142-151

Введение. В последние годы растет интерес к технологии цифровых двойников (digital twin — *DT*). Это виртуальные модели, тесно связанные с физическими объектами и предназначенные для отображения, анализа и прогнозирования их поведения в реальном времени [1]. *DT* широко применяются для решения прикладных задач в промышленности, энергетике и транспорте, особенно если необходимы контроль и управление объектами в условиях высокой неопределенности [2]. При распространении автономных робототехнических систем цифровой двойник становится важным инструментом, обеспечивающим надежное и устойчивое управление. Он позволяет формировать предсказательную модель поведения объекта, учитывающую как внутренние параметры, так и внешние воздействия [3].

Особый интерес представляет применение DT в управлении подводными робототехническими комплексами (ПРТК), где условия эксплуатации значительно осложнены слабой видимостью, отсутствием точной навигации, задержками связи, высокой инерционностью, шумами в сенсорных данных. Все это снижает эффективность традиционных замкнутых систем управления [4]. В открытом доступе есть публикации о цифровых двойниках, однако тема все еще недостаточно разработана с точки зрения использования *DT* в подводных системах. Имеющиеся исследования, как правило, либо не охватывают задачи предиктивного управления, либо не учитывают специфику подводной среды и типичные ошибки сенсоров [5]. Для многих работ характерны существенные пробелы, связанные с отсутствием интегрированных решений по построению цифровых двойников подводных робототехнических комплексов, ориентированных на устойчивое предсказательное управление и оценку состояния в условиях шумных и неполных данных.

Требуется устойчивая оценка текущего состояния подводного робототехнического комплекса (ПРТК), и ее может обеспечить интеграция сенсорных данных — акселерометрии, гироскопии, энкодерных измерений и других источников. Однако из-за нестабильности и шумов, типичных для инерциальных сенсоров, необходимо реализовать алгоритмы фильтрации, коррекции и калибровки данных на разных этапах работы [5].

Отметим также, что в литературе, посвященной цифровому моделированию и управлению робототехническими системами, авторы часто делают акцент на статических моделях или на ограниченных сценариях управления (например, на навигации или стабилизации положения). В то же время недостаточно проработан комплексный подход к прогнозированию именно динамического поведения ПРТК с применением цифровых двойников в реальном времени.

В связи с вышесказанным, цель настоящего исследования — разработка и применение метода прогнозирования динамического поведения ПРТК с использованием цифрового двойника для повышения эффективности управления автономной системой при выполнении подводных инженерных работ.

Материалы и методы. Для достижения цели исследования реализована комплексная модель, включающая физико-математическое описание движения, сенсорную архитектуру и визуализацию.

Научные изыскания позволили решить следующие задачи:

– построение обобщенной математической модели движения ПРТК с учетом внешней среды и сенсорной архитектуры;

– формализация поведения автономной системы с учетом инерционных и управляющих воздействий;

– реализация системы управления с обратной связью на основе классических подходов теории автоматического управления;

– оценка точности цифрового двойника путем анализа расхождений между физическим и виртуальным поведением ПРТК на основе экспериментов;

– визуализация цифрового двойника в программной среде Unity с возможностью сравнения показателей виртуальной и физической траекторий.

В рамках представленной работы:

– создали математическую модель движения ПРТК;

– собрали и откалибровали данные с сенсоров;

– реализовали цифровой двойник в среде Unity;

– экспериментально верифицировали модель;

– проанализировали результаты и оценили точность модели.

Движение ПРТК описывается на основе дифференциальной кинематики и уравнений, учитывающих сопротивление воды, инерционные характеристики системы и управляющие воздействия. В основе модели — система уравнений движения второго порядка, модифицированная с учетом гидродинамического сопротивления и корректирующих коэффициентов, полученных экспериментально. Приняты допущения о жесткости корпуса, незначительном дрейфе и квазистационарном движении.

Вектор состояния системы включает координаты: x, y, z, и курсовой угол θ, а также линейные и угловые скорости. Используемые во введении формулы описывают кинематические соотношения, обратную связь, модель сопротивлений и управляющие сигналы. Для управления по продольной, поперечной и вертикальной осям используются ПИД-регуляторы с параметрами, эмпирически подобранными по результатам отклика системы.

Для сбора данных в режиме реального времени использовали модульную сенсорную систему. Ее элементы:

– энкодеры 38S6G5-B-G24N, 2000 импульсов на оборот — для оценки линейного перемещения;

– трехосевой акселерометр LIS3DH (диапазон измерений ±2g/±4g/±8g/±16g, интерфейсы I2C/SPI, частота дискретизации до 5,3 кГц) — для получения данных об ускорениях и наклоне;

– гироскоп в составе IMU-модуля (англ. inertial measurement unit, инерциальный измерительный блок) — для отслеживания угловых скоростей и ориентации.

Сенсорные данные предварительно фильтровали, калибровали (нормировка относительно нулевого положения) и интегрировали в модель цифрового двойника.

Ключевой этап в построении цифрового двойника — математическое моделирование движения подводного робототехнического комплекса. Оно позволяет прогнозировать поведение объекта в различных средах [6]. В рамках данного исследования рассматривается подвижный ПРТК с жесткой физической структурой, перемещающийся в плоской (2D) или пространственной (3D) системе координат в зависимости от сценария задачи [7]. Для управления движением используется независимый привод каждого из траков, что позволяет реализовать дифференциальное маневрирование [8].

Для моделирования положения и ориентации ПРТК на плоскости используется кинематическая модель дифференциального робота, основанная на положении центра масс (или центра геометрии) робота [9]. Пусть x и y — координаты центра масс в глобальной системе координат, θ — ориентационный угол робота (угол между продольной осью и осью OX в глобальной системе).

$$\dot{x} = v \cdot cos(\theta), \tag{1}$$

$$\dot{y} = v \cdot sin(\theta), \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = w, \tag{3}$$

где v — линейная скорость центра масс (определяется по показаниям энкодеров); w — угловая скорость (получается с гироскопа или рассчитывается по разнице скоростей гусениц).

Линейная и угловая скорости связаны с индивидуальными скоростями правой v_R и левой v_L гусениц:

$$v = \frac{vR + vL}{2}, \tag{4}$$

$$w = \frac{vR + vL}{L}, \tag{5}$$

где L — база робота (расстояние между гусеницами).

На поведение робота существенно влияет подводная среда: сопротивление воды, подъемная сила, вязкие силы, силы трения. Эти воздействия учтены в виде обобщенного возмущения $F_d(t)$ [10]. Система дифференциальных уравнений приобретает вид:

$$m \cdot \ddot{r} = F_u(t) + F_d(t), \tag{6}$$

где M — масса робота; $\ddot{r}$ — радиус-вектор положения; $F_u(t)$ — управляющее воздействие от системы приводов (определяется ПИД-регулятором или иным алгоритмом); $F_d(t)$ — возмущения среды (определяются экспериментально или задаются эмпирически).

В рамках макета и цифровой модели сопротивление среды можно учесть в виде затухающего члена:

$$F_d(t) = -k_u \cdot \dot{r}(t), \tag{7}$$

где k_u — коэффициент вязкого сопротивления среды (настраиваемый параметр цифрового двойника).

Физический макет оснащен энкодерами, поэтому положения и ориентация ПРТК в пространстве рассчитываются через численную интеграцию скоростей, полученных с левого и правого трака:

$$\Delta s = \frac{\Delta s_L + \Delta s_R}{2}, \tag{8}$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s_R - \Delta s_L}{L}, \tag{9}$$

где Δs_L, Δs_R — приращения расстояния по показаниям энкодеров; Δs — приращение центра масс; Δθ — изменение ориентации.

Используем текущую ориентацию Δθ, чтобы выразить новое положение в глобальной системе координат:

$$x_{t+1} = x_t + \Delta s \cdot cos(\theta_t), \tag{10}$$

$$y_{t+1} = y_t + \Delta s \cdot sin(\theta_t). \tag{11}$$

Математическое моделирование — фундаментальная часть разработки цифрового двойника подводного комплекса [11]. Целью моделирования является формализация процессов движения [12], управления и реакции на внешние воздействия с возможностью дальнейшего анализа устойчивости и точности исполнения управляющих воздействий [13].

Подводный робот рассматривается как система с несколькими входами и выходами, находящаяся в среде с высоким уровнем инерционности, запаздывания и стохастических возмущений [14]. Управляющие воздействия реализуются через модули тяги, а перемещения отслеживаются с помощью энкодеров и инерциальных измерительных модулей [15]. Модель можно описать как систему уравнений второго порядка с обратной связью по положению и скорости:

$$M\ddot{x}(t) + D\dot{x}(t) + Kx(t) = Bu(t), \tag{12}$$

где M — матрица масс (включает инерционные характеристики); D — матрица демпфирования (учет вязкого сопротивления воды); K — матрица жесткости (включает упругие силы в случае механических ограничений); $x(t)$ — вектор положения и ориентации в 3D-пространстве; $u(t)$ — управляющее воздействие (сигналы на моторы); B — матрица распределения управления.

Для вращательного движения используется модель Эйлера:

$$J\dot{x}(t)+\omega(t)+J\omega(t)=\tau(t), \tag{13}$$

где J — тензор инерции робота, $\omega(t)$ — угловая скорость (с гироскопа), $\tau(t)$ — управляющий момент.

При реализации поворота на месте, как правило, используются траки с разным направлением вращения. Разность скоростей на правом и левом траке задает момент:

$$\tau_z = rF\left(w_L - w_R\right). \tag{14}$$

Для задания угла поворота используется выражение:

$$Z(t)=\int_0^t w_z(t)\,dt. \tag{15}$$

Система управления реализуется в виде ПИД-регуляторов по каждой оси (X, Y, Z):

$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int_0^t e(t)\,dt+K_D\frac{de(t)}{dt}, \tag{16}$$

где $e(t) = x_{reF}(t) - x(t)$ — ошибка между целевым и текущим положением. Коэффициенты K_p, K_i, K_D настраиваются по критерию оптимальности.

Таблица 1

Коэффициенты регуляторов для стабилизации положения

Ось	*Kp*	*Ki*	*Kd*
X	1,2	0,05	0,6
Y	1,0	0,04	0,5
Z	2,0	0,1	0,9

Физическую модель робота реализовали на базе Arduino Mega 2560 Pro. Микроконтроллер — ATMega 2560-16AU, 16 МГц, 256 КБ FLash, с 54 цифровыми вводами/выводами (I/O), 16 аналоговыми входами, USB-UART интерфейсом CH340G. Комплекс подключен к сенсорам и системе управления приводами. Данные собирали и передавали в цифровую среду через последовательный порт (Serial), в формате объединенных строк с временной меткой.

Виртуальная реализация цифрового двойника создана в Unity. *C#*-скрипты использовались для интерпретации данных, отображения перемещений, поворотов и поведения объекта в трехмерной среде. Визуализируются оси, контуры, значения координат и траектории. Применена модель полупрозрачного робота, не взаимодействующего с другими объектами, что позволяет сконцентрироваться на сравнении движений.

На стороне Unity были реализованы обработчик данных и система фильтрации. Для расчета углов и координат применили интеграцию с коррекцией по сенсорным данным. Отдельные блоки реализовали в виде скриптов с возможностью масштабирования проекта. Для статистической оценки точности использовали стандартные метрики: среднеквадратичное отклонение, максимальное отклонение, средняя ошибка по координатам и углам.

Результаты исследования. Для верификации модели в цифровой среде симулировались движения под действием последовательных управляющих воздействий. Затем сопоставили траектории прямолинейного и полукругового движения (рис. 1 и 3). Показания цифрового робота сравнивались с идеальной траекторией. Среднеквадратичный анализ показал расхождение при движении по прямой (рис. 2) и по полукругу (рис. 4).

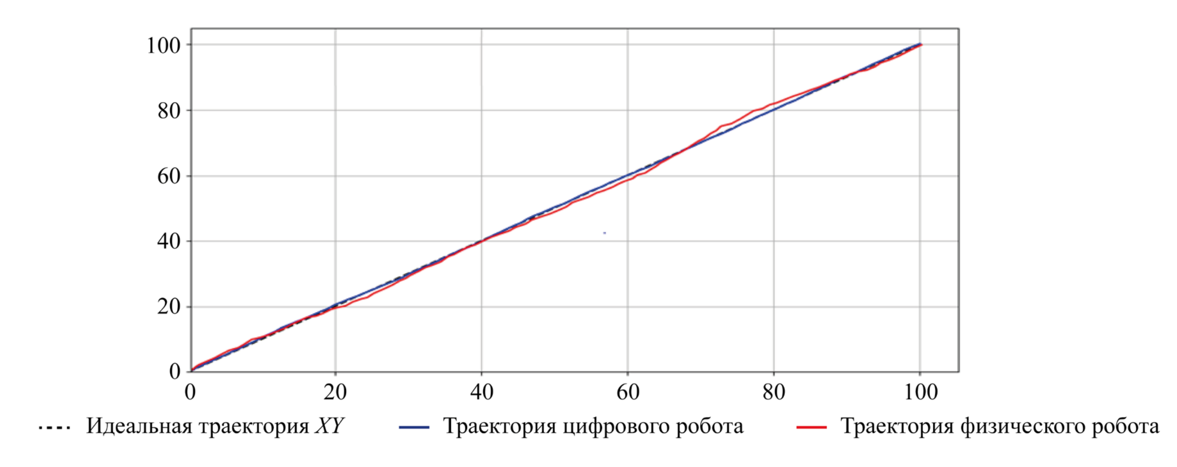


Рис. 1. Траектории движения по прямой



Рис. 2. Погрешность (%) при замере на прямой

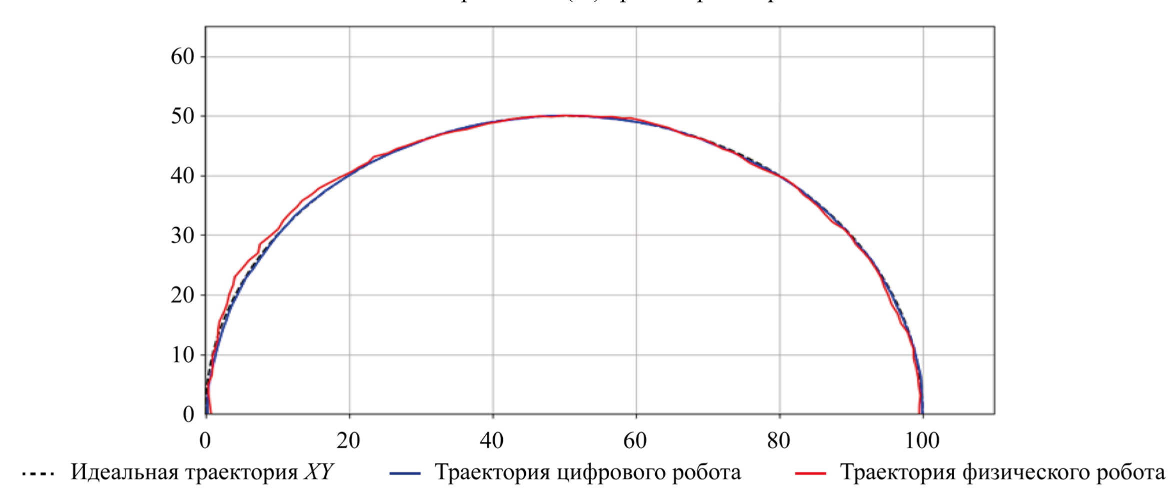


Рис. 3. Траектории движения по полукругу

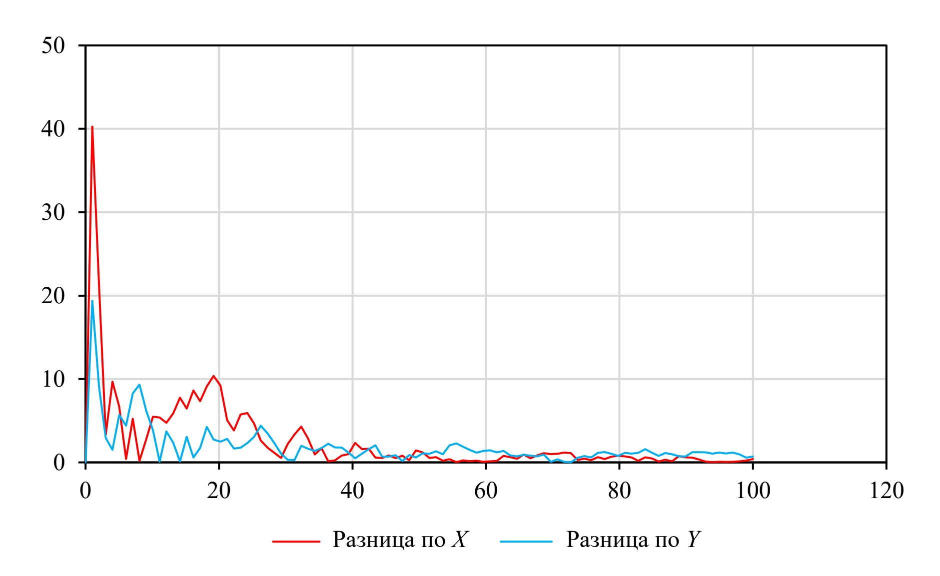


Рис. 4. Погрешность (%) при замере на полукруге

Качество отображения поведения ПРТК в цифровом двойнике оценивали в ходе экспериментов, включающих прямолинейное движение, разворот на месте, траекторию с поворотами. Параллельно записывались данные с реальных сенсоров и сравнивались с параметрами модели в Unity. Результаты замеров и сравнений представлены в таблице 2.

Таблица 2

Показатели отклонений

Метрика	Значение
Максимальное отклонение *X*	5,3 мм
Максимальное отклонение *Y*	4,8 мм
Среднее угловое отклонение	3,5°

Цифровой двойник визуализировали в среде Unity. Этот гибкий 3D-движок позволяет встраивать потоки данных с физических сенсоров, отображать пространственные перемещения, ориентацию, а также создавать сценарии взаимодействия с внешней средой (рис. 5).



Рис. 5. Программа управления робототехническим комплексом

Данные с физических сенсоров (акселерометров, гироскопов, энкодеров) передавались через COM-порт (англ. communications port) с применением пользовательского скрипта на C#. Входящие данные разделялись по каналам и отображались как параметры объекта-двойника.

Цифровая модель в Unity использует ту же координатную систему и ту же структуру управления, что и реализованная математическая модель. Ее функции:

– передача команд от модели ПИД-регуляторов к виртуальным колесам;

– отображение положения, угла наклона, скорости;

– визуальное воспроизведение движения на основе интегрированных сенсорных данных.

Решение позволяет создать замкнутый цикл «модель — реальность — визуализация» и обеспечивает согласованность между цифровым двойником и физической системой (рис. 6).



Рис. 6. Алгоритм работы программного обеспечения: ЦР — цифровой робот; ФР — физический робот

Ниже перечислены элементы алгоритма работы программного обеспечения.

Запуск и инициализация системы. Физический робот включается и через USB подключается к компьютеру, который собирает и анализирует данные, запускает главную программу и выполняет инициализацию дополнительных скриптов:

– отвечающих за поддержание связи и сбор данных,

– обеспечивающих визуализацию.

Все это происходит в Unity, после чего система готова к работе.

Инициализация робота. После запуска программы устанавливается ее связь с физическим роботом. Следовательно, происходит калибровка, а затем запускаются датчики и модули: гироскоп, акселерометр, энкодеры, вольтметр, амперметр. В Unity отправляется контрольное сообщение о готовности робота к запуску и старте передачи данных. После этого наступает этап ожидания команд.

Получение команды от пользователя. Анализируется и обрабатывается значение вводимого в программу пользовательского интерфейса. Передается сообщение промежуточным скриптам для выполнения действий цифрового и физического робота.

Реакция на команду цифрового робота. Введенные значения и действия записываются в память компьютера. На основе заложенных алгоритмов выполнения команд и математической модели цифровой робот движется в цифровом пространстве. При этом фиксируются данные о его положении, скорости и пройденном расстоянии. После выполнения команды робот сохраняет положение и ориентацию в пространстве.

Реакция на команду физического робота. Данные передаются на микроконтроллер Arduino Mega. Здесь они анализируются и в зависимости от введенной команды и значения задействуют скрипты, отвечающие за работу датчиков: левого и правого энкодера, акселерометра и гироскопов. Только после этого начинается движение по команде пользователя. В процессе выполнения команды робот фиксирует свое положение и ориентацию в пространстве и передает данные в программу пользовательского интерфейса, где данные визуализируются при помощи 3D-модели, привязанной к физическому роботу.

Сбор и отображение данных. На этом этапе данные о положении, углах наклонов, пройденном расстоянии и других параметрах собираются с цифрового и физического робота и визуализируются в программе пользовательского интерфейса. После этого программа ждет новую команду.

Описанный алгоритм основан на классических принципах замкнутых систем управления с обратной связью. Использование данных с сенсоров (акселерометров, гироскопов, энкодеров) позволило реализовать элемент измерителя в общем структурном виде систем управления. Математическая модель, интегрированная в Unity, выступила в роли наблюдателя, отслеживающего поведение системы и позволяющего визуально верифицировать корректность выполнения команд.

Система проектировалась с учетом:

– линеаризации модели движения ПРТК в малых окрестностях траектории,

– ПИД-регулирования угла поворота и скорости,

– фильтрации сенсорных данных с применением простых скользящих окон и корректировок по нулевой калибровке.

В формулах (17)–(19) представлены показатели, которые использовались для анализа точности цифрового двойника.

Абсолютная ошибка положения (в мм):

$$\Delta x(t)\left|x_{real}(t)-x_{digit}(t)\right|. \tag{17}$$

Среднеквадратичная ошибка ориентации (в градусах):

$$\Delta_{\theta}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\theta_{real,i}-\theta_{digit,i}\right)^{2}. \tag{18}$$

Процентное отклонение финального положения:

$$\varepsilon=\frac{\Delta x_{final}}{x_{real}}\cdot 100\ \%. \tag{19}$$

В результате экспериментов и анализа показаний датчиков получены дополнительные параметры, характеризующие погрешность разрабатываемой системы (таблица 3).

Таблица 3

Выявленные погрешности системы

Параметр	Значение
Средняя ошибка по *X*	3,11 мм
Средняя ошибка по *Y*	2,92 мм
Средняя ошибка угла *Z*	1,8°
Максимальное отклонение	5,3 мм
Время реакции	<100 мс

Цифровой двойник устойчив к незначительным флуктуациям в данных благодаря следующим факторам:

– сглаживание входных данных;

– устойчивость регулятора, реализованного в системе;

– адаптация модели к калибровочным значениям при старте каждого цикла.

Обсуждение и заключение. Разработана и экспериментально подтверждена модель цифрового двойника робототехнического комплекса, основанная на интеграции сенсорных данных, математического моделирования и 3D-визуализации. Реализовано устойчивое управление и отслеживание поведения ПРТК. Представлены результаты сравнительного анализа цифровой модели и реальной системы. Итоги сопоставления доказали:

– высокую степень соответствия поведения цифрового двойника реальному объекту;

– эффективность выбранных алгоритмов калибровки и обработки данных;

– перспективность использования цифровых двойников при отладке автономных систем, если физическое тестирование затруднено.

Построенная модель позволяет адекватно оценивать текущее состояние и прогнозировать поведение ПРТК в условиях неопределенности. ПИД-регуляторы обеспечивают устойчивость при управлении, а визуализация в Unit*y* дает возможность реализовать цифровой двойник как интерфейс взаимодействия с системой. Дальнейшее развитие этого решения может быть связано с внедрением адаптивных и нейросетевых методов управления.

Список литературы / References

1. Мешков А.В., Громов В.С. Формирование траектории цифрового двойника многозвенного механизма с использованием адаптивного алгоритма оценки параметров нелинейного движения. *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2022;22(5):889–895. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-5-889-895

Meshkov AV, Gromov VS. Adaptive Nonlinear Motion Parameters Estimation Algorithm for Digital Twin of Multi-Link Mechanism Motion Trajectory Synthesis. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2022;22(5):889–895. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-5-889-895

2. Кубриков М.В. Цифровой двойник в системе внешнего адаптивного управления роботами-манипуляторами. *Космические аппараты и технологии*. 2023;7(2):171–176. https://doi.org/10.26732/j.st.2023.2.10

Kubrikov MV. Digital Twin in the System of External Adaptive Control of Robot Manipulators. *Spacecrafts & Technologies*. 2023;7(2):171–176. https://doi.org/10.26732/j.st.2023.2.10

3. Кузьменко В.П., Соленый С.В. Разработка модели цифрового двойника для гибридной производственной линии по сборке светодиодных осветительных приборов. *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 2022;65(10):725–734. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2022-65-10-725-734

Kuzmenko VP, Soleniy SV. Development of a Digital Twin Model for a Hybrid Production Line for LED Lighting Devices Assembly. *Journal of Instrument Engineering*. 2022;65(10):725–734. https://doi.org/10.17586/0021-3454-2022-65-10-725-734

4. Jingsong Fan, Xiangqiang Zhong, Zhimin Di, Huajie Fang. Collaborative Operation of 6-DOF Industrial Robot Based on Digital Twin. *Journal of Physics: Conference Series*. 2022;2206(1):012019. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2206/1/012019

5. Farhadi A, Lee S, Hinchy EP, O'Dowd N, McCarthy CT. The Development of a Digital Twin Framework for an Industrial Robotic Drilling Process. *Sensors*. 2022;22(19):7232. https://doi.org/10.3390/s22197232

6. Qinglei Zhang, Run Xiao, Zhen Liu, Jianguo Duan, Jiyun Qin. Process Simulation and Optimization of Arc Welding Robot Workstation Based on Digital Twin. *Machines*. 2023;11(1):53. https://doi.org/10.3390/machines11010053

7. Hang Wu, Zhaoming Liu, Long Cui, Lirong Guan, Hongwei Wang. Digital Twin of Non-Ferrous Metal Casting Robot. In book: M Chen, et al (eds). *Advances in Machinery, Materials Science and Engineering Application*. Amsterdam: IOS Press; 2022. 760 p. https://doi.org/10.3233/ATDE220502

8. Chancharoen R, Chaiprabha K, Wuttisittikulkij L, Asdornwised W, Saadi M, Phanomchoeng G. Digital Twin for a Collaborative Painting Robot. *Sensors*. 2022;23(1):17. https://doi.org/10.3390/s23010017

9. Banic MS, Simonovic M, Stojanović L, Rangelov D, Miltenovic A, Perić M. Digital Twin Based Lightweighting of Robot Unmanned Ground Vehicles. *Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics*. 2022;21(3):188. https://doi.org/10.22190/FUACR221121015B

10. Xin Liu, Du Jiang, Bo Tao, Guozhang Jiang, Ying Sun, Jianyi Kong, et al. Genetic Algorithm-Based Trajectory Optimization for Digital Twin Robots. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2022;9:793782. http://doi.org/10.3389/fbioe.2021.793782

11. Garg G, Kuts V, Anbarjafari G. Digital Twin for FANUC Robots: Industrial Robot Programming and Simulation Using Virtual Reality. *Sustainability*. 2021;13(18):10336. http://doi.org/10.3390/su131810336

12. Đoàn Thanh Xuân, Tran Van Huynh, Thanh-Hung Nguyen, Vu Toan Thang. Applying Digital Twin and Multi-Adaptive Genetic Algorithms in Human–Robot Cooperative Assembly Optimization. *Applied Sciences*. 2023;13(7):4229. http://doi.org/10.3390/app13074229

13. Sichao Liu, Xi Vincent Wang, Lihui Wang. Digital Twin-Enabled Advance Execution for Human-Robot Collaborative Assembly. *CIRP Annals — Manufacturing Technology*. 2022;71(1):25–28. http://doi.org/10.1016/j.cirp.2022.03.024

14. Kibira D, Weiss BA. Towards a Digital Twin of a Robot Workcell to Support Prognostics and Health Management. In: *Proc. 2022 Winter Simulation Conference at Singapore*. New York: IEEE; 2022. P. 2968–2979. http://doi.org/10.1109/WSC57314.2022.10015371

15. Xuan Liu, He Gan, Ying Luo, YangQuan Chen, Liang Gao. Digital-Twin-Based Real-Time Optimization for a Fractional Order Controller for Industrial Robots. *Fractal and Fractional*. 2023;7(2):167. http://doi.org/10.3390/fractalfract7020167

Об авторах:

Михаил Дмитриевич Гладышев, аспирант направления «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» Астраханского государственного университета имени В. Н. Татищева» (414056, Российская Федерация, г. Астрахань, ул. Татищева, 20А), инженер-конструктор ООО «Смелком Роботикс» (414050, Российская Федерация, г. Астрахань, ул. Парижской Коммуны, 8), SPIN-код, ORCID, mih.gladishev@gmail.com

Алексей Владимирович Рыбаков, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра «Информационных технологий», доцент, кафедра «Технологии материалов и промышленной инженерии» Астраханского государственного университета имени В.Н. Татищева, (414056, Российская Федерация, г. Астрахань, ул. Татищева, 20А), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ResearcherID, rybakov_alex@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

М.Д. Гладышев: разработка концепции, методологии и программного обеспечения, формальный анализ, валидация результатов, визуализация, написание черновика рукописи.

А.В. Рыбаков: научное руководство, валидация результатов, предоставление ресурсов, написание рукописи, административное руководство исследовательским проектом.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Mikhail D. Gladyshev, postgraduate student majoring in Systems Analysis, Control and Information Processing, Statistics, Astrakhan Tatishchev State University (20a, Tatishcheva Str., Astrakhan, 414056, Russian Federation), Design Engineer, “Smelcom Robotics” LLC (8, Parizhskoi Kommuny Str., Astrakhan, 414050, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, mih.gladishev@gmail.com

Alexey V. Rybakov, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor of the Department of Information Technologies, Associate Professor of the Department of Materials Technology and Industrial Engineering, Astrakhan Tatishchev State University (20a, Tatishcheva Str., Astrakhan, 414056, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, ResearcherID, rybakov_alex@mail.ru

Claimed Contributorship:

MD Gladyshev: conceptualization, methodology, software, investigation, formal analysis, visualization, writing – original draft preparation.

AV Rybakov: supervision, validation, resources, writing – review & editing, project administration.

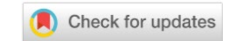
Conflict of Interest: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Поступила в редакцию / Received 04.04.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 29.04.2025
Принята к публикации / Accepted 08.05.2025

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT





УДК 519.7

Оригинальное эмпирическое исследование

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-152-164

Приближенный синтез H_∞ – регуляторов в нелинейных динамических системах на полубесконечном промежутке времени


EDN: IHQRUT

А.В. Пантелеев, А.А. Яковлева ✉
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
г. Москва, Российская Федерация
✉ ayakovleva982@gmail.com

Аннотация

Введение. Задачи и методы нахождения H_∞ – управления являются основой современной теории управления и активно используются для разработки робастных регуляторов, особенно в системах управления летательными аппаратами под ограниченными внешними воздействиями. Эти методы позволяют адаптировать системы управления к изменяющимся условиям окружающей среды, что критически важно для обеспечения надежности и безопасности работы летательных аппаратов. Текущие исследования направлены на усовершенствование подходов к синтезу регуляторов, охватывающих как линейные, так и нелинейные динамические системы. В этом контексте особое внимание уделяется интеграции новых математических методов, таких как линейные матричные неравенства и частотный анализ, что позволяет оптимизировать отклик системы на различные внешние воздействия и гарантировать защиту от непредвиденных условий. Важно отметить, что, несмотря на достигнутые успехи в данной области, остаются нерешенными значительные проблемы, касающиеся анализа и синтеза регуляторов для нелинейных систем. Это создает необходимость в дальнейших исследованиях и разработках в этой перспективной области. В данной работе с целью заполнения существующего пробела сформулированы и доказаны достаточные условия существования управления для одного из часто встречающихся классов нелинейных систем, которые затем будут использоваться в качестве теоретического обоснования для разработки приближенных алгоритмов его нахождения.

Материалы и методы. В качестве основного инструмента исследования используются методы синтеза H_∞ – управления, основанные на минимаксном подходе, заключающемся в нахождении закона управления в условиях наихудшего внешнего воздействия. В этом контексте предлагается доказать достаточные условия существования управления, используя принцип расширения. Однако из-за вычислительных трудностей, которые могут возникнуть при применении этих условий, было решено упростить исходную постановку задачи. Процесс упрощения осуществлялся путем приближенной замены нелинейной системы на другую нелинейную систему, которая по своей структуре схожа с линейной, с помощью процедуры факторизации. Такой подход позволяет применять решение уравнения Риккати, коэффициенты которого зависят от вектора состояния, для синтеза регуляторов. Для решения модельных примеров и прикладных задач был разработан программный комплекс с использованием математического пакета MATLAB.

Результаты исследования. В статье решена проблема синтеза H_∞ – управления состоянием нелинейных непрерывных динамических систем, линейных по управлению и возмущению; сформулированы и на основе принципа расширения доказаны достаточные условия существования H_∞ – управления. Предложен приближенный метод, позволяющий решать задачу нахождения законов управления для динамических систем, нелинейных по состоянию, аналогичный методам, применяемым для линейных систем. Найдены аналитические решения двух модельных примеров, которые проиллюстрированы графиками переходных процессов для демонстрации результатов численного моделирования рассмотренных нелинейных динамических систем в присутствии внешних воздействий.

Обсуждение и заключение. Предложенный приближенный алгоритм синтеза регуляторов по состоянию и выходу гарантирует необходимое качество переходных процессов и асимптотическую устойчивость замкнутых нелинейных систем управления. Это значительно расширяет класс динамических систем, для которых возможно синтезирование регуляторов, способных противостоять различным внешним воздействиям. Методы, изложенные в данной работе, могут быть эффективно применены для решения множества задач управления, включая проектирование автопилотов и автоматических навигационных систем для летательных аппаратов, даже в условиях ограниченного воздействия извне.

Ключевые слова: H∞ – управление, нелинейная динамическая система, полубесконечный промежуток времени, управление с обратной связью, синтез регуляторов

Благодарности. Авторы выражают признательность доценту, кандидату физико-математических наук Кудрявцевой Ирине Анатольевне за помощь в подготовке текста статьи.

Для цитирования. Пантелеев А.В., Яковлева А.А. Приближенный синтез H∞ – регуляторов в нелинейных динамических системах на полубесконечном промежутке времени. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2025;25(2):152–164. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-152-164

Original Empirical Research

Approximate Synthesis of H∞ – Controllers in Nonlinear Dynamic Systems over a Semi-Infinite Time Period

Andrei V. Panteleev, Aleksandra A. Yakovleva ✉
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation
✉ ayakovleva982@gmail.com

Abstract

Introduction. Problems and methods of finding H∞ – control are the basis of modern control theory. They are actively used to develop robust controllers, especially in aircraft control systems under limited external actions. These methods allow for adapting control systems to changing environmental conditions, which is critically important for providing the reliability and safety of aircraft operation. Current research is aimed at improving approaches to the synthesis of controllers covering both linear and nonlinear dynamic systems. In this context, special attention is paid to the integration of new mathematical methods, such as linear matrix inequalities and frequency analysis, which allows for optimizing the system response to various external actions and providing protection against unexpected conditions. It is important to note that, despite the progress made in this area, significant problems remain unsolved regarding the analysis and synthesis of controllers for nonlinear systems. This necessitates further research and development in this promising area. In this paper, in order to fill the existing gap, sufficient conditions for the existence of control for one of the frequently encountered classes of nonlinear systems are formulated and proven, which will then be used as a theoretical basis for developing approximate algorithms for finding it.

Materials and Methods. The basic research tool was the H∞ – control synthesis methods based on the minimax approach, which consisted in finding the control law under the worst external action. In this context, it was proposed to prove sufficient conditions for the existence of control using the extension principle. However, due to the computational difficulties that might arise when applying those conditions, it was decided to simplify the initial formulation of the problem. The simplification process was performed by approximate replacing the nonlinear system with another nonlinear system, which was similar in structure to the linear one, using the factorization procedure. This approach made it possible to use the solution of the Riccati equation, whose coefficients depended on the state vector, for the synthesis of controllers. To solve model examples and applied problems, a software package was developed using the MATLAB mathematical package.

Results. The article solved the problem of synthesis of H∞ – control of the state of nonlinear continuous dynamic systems, linear in control and disturbance. Sufficient conditions for the existence of H∞ – control were formulated and proved on the basis of the extension principle. An approximate method was proposed that provided solving the problem of finding control laws for dynamic systems that were nonlinear in state, similar to the methods used for linear systems. Analytical solutions were found for two model examples, which were illustrated by graphs of transient processes to demonstrate the results of numerical modeling of the considered nonlinear dynamic systems in the presence of external actions.

Discussion and Conclusion. The proposed approximate algorithm for synthesizing state and output controllers guarantees the required quality of transient processes and asymptotic stability of closed nonlinear control systems. This significantly expands the class of dynamic systems for which it is possible to synthesize controllers capable of resisting various external actions. The methods presented in this paper can be effectively applied to solve a variety of control problems, including the design of autopilots and automatic navigation systems for aircraft, even under conditions of limited external actions.

Keywords: H_∞ – control, nonlinear dynamic system, semi-infinite period of time, feedback control, controller synthesis

Acknowledgements. The authors would like to thank Irina Anatolyevna Kudryavtseva, Cand.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, for assistance in preparing the text of the article.

For citation. Panteleev AV, Yakovleva AA. Approximate Synthesis of H_∞ – Controllers in Nonlinear Dynamic Systems over a Semi-Infinite Time Period. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(2):152–164. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-2-152-164

Введение. Методы современной теории управления играют важную роль в разработке сложных авиационно-космических систем, обеспечивая их эффективное функционирование. Для достижения высокой производительности, устойчивости и эффективности таких систем необходимо разработать алгоритмы синтеза регуляторов, способных работать в условиях неопределенности описания внешних воздействий. Современной основой для их разработки являются метод пространства состояний, частотный анализ и подход на основе линейных матричных неравенств [1]. Для решения задач нахождения оптимального управления обычно применяются достаточные условия оптимальности в форме уравнения Беллмана и вытекающие из него соотношения в частных случаях. Для поиска H_∞ – регуляторов могут быть использованы линейные матричные неравенства. Они применяются для определения существования регулятора, который удовлетворяет определенным критериям производительности и обеспечивает устойчивость системы к внешним воздействиям. Эти критерии обычно связаны с H_∞ – нормой, которая является мерой чувствительности системы к внешним возмущениям. Суть проблемы заключается в нахождении такого регулятора, который минимизирует эту норму, обеспечивая при этом устойчивость системы и удовлетворение критерию качества управления. Метод решения основывается на нахождении экстремума выпуклой целевой функции, где условия представлены в виде линейных матричных неравенств [2]. Благодаря использованию данного метода имеется возможность свести решение сложных систем линейных и нелинейных алгебраических матричных уравнений определенного вида к решению задач выпуклой оптимизации. Однако решение линейных матричных неравенств может быть затруднительно при рассмотрении сложных технических задач.

Альтернативный метод, основанный на стохастическом минимаксе, представлен в анизотропийной теории стохастического робастного управления, описанной в [3]. Основная идея при использовании данного метода заключается в том, что робастность при стохастическом управлении достигается с помощью явного включения различных сценариев распределения шума в единый показатель качества, подлежащий оптимизации. Статистическая неопределенность выражается через энтропию, а показатель робастного качества выбирается таким образом, чтобы дать возможность количественно оценить способность системы подавлять наихудшее внешнее воздействие. Применение такого подхода для решения сложных систем взаимосвязанных уравнений требует разработки и использования специализированных алгоритмов.

Следует отметить, что методы H_∞ – оптимизации находят применение при решении множества различных прикладных задач, например, управления самолетом [4], вертолетом [5], квадрокоптером [6] и мультиагентными системами [7], стабилизации роботов [8], проектирования ракетных двигателей [9], где при сравнении с другими регуляторами данные методы показывают хорошие результаты и меньшее значение ошибок при наличии ограниченных возмущений. Также стоит упоминания их использование в задачах фильтрации [10], оценивания вектора состояния [11] и проектирования нейронных сетей [12]. Таким образом, разработка и развитие H_∞ – методов оптимизации является актуальной темой для исследований. Ранее авторами рассматривалась задачи синтеза H_∞ – регулятора [13] и H_∞ – наблюдателя [14] для линейных динамических систем, для решения которых использовались достаточные условия оптимальности на основе принципа расширения. Их применение позволило обосновать процедуры синтеза и, как следствие, сформировать пошаговые алгоритмы решения задач.

Несмотря на значительные достижения в данной области, ряд проблем, связанных с анализом и синтезом регуляторов для нелинейных систем, остаются нерешенными. В связи с этим, в настоящей работе рассматривается задача синтеза регуляторов для нелинейных динамических систем, линейных по управлению и возмущению, на полубесконечном промежутке времени. Целью исследования является формулировка и доказательство достаточных условий существования управления, что позволит не только создать основу для новых исследований и разработок, но и восполнить существующие пробелы в области знаний. В частности, в работе предусмотрено использование достаточных условий в качестве теоретического обоснования для формулировки приближенных алгоритмов поиска управления для рассматриваемого класса динамических систем. Для проверки эффективности предложенного алгоритма будет решено два модельных примера.

Материалы и методы. Пусть имеется математическая модель объекта управления

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + B_1(x(t))w(t) + B_2(x(t))u(t), \quad x(0) = \mathbf{0}, \tag{1}$$

и модель измерительной системы

$$y(t) = C(x(t))x(t), \tag{2}$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния, $u \in R^q$ — вектор управления, $w \in R^p$ — вектор внешних воздействий, $y \in R^m$ — вектор выхода, $t \in T = [0, \infty)$ — текущее время, $\mathbf{0}$ — нулевая матрица-столбец размеров $(n \times 1)$. Будем считать заданными непрерывно-дифференцируемую векторную функцию $f(x)$ размеров $(n \times 1)$, а также матричные функции $B_1(x)$ размеров $(n \times p)$, $B_2(x)$ размеров $(n \times q)$, $C(x)$ размеров $(m \times n)$. Модель объекта описывается уравнением, нелинейным по состоянию, но линейным относительно управления и внешних воздействий.

Подразумевается, что:

а) $w(.) \in L_2[0, \infty)$, $u(.) \in L_2[0, \infty)$;

б) $m \le n$, $\operatorname{rg} C(x) = m$;

в) начало координат $x \equiv \mathbf{0}$ есть точка равновесия, т.е. $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$;

г) $B_1(x) \ne O$, $B_2(x) \ne O$;

где O — нулевая матрица соответствующих размеров.

Определен показатель, описывающий текущее поведение модели объекта управления (1) с измерительной системой (2):

$$\|z(t)\|^2 = y(t)^T S(x(t)) y(t) + u^T(t) Q(x(t)) u(t), \tag{3}$$

где для всех $x \in R^n$ $Q(x) > 0$ — симметрическая положительно определенная квадратная матрица порядка q, а $S(x) > 0$ — симметрическая неотрицательно-определенная квадратная матрица порядка m. Функционал (3) является квадратичным по управлению, но неквадратичным по состоянию.

Заметим, что рассматриваются модели объекта и измерительной системы, матрицы в которых зависят от вектора состояния.

Требуется обеспечить справедливость условия:

$$\frac{\int_0^\infty \|z(t)\|^2 dt}{\int_0^\infty \|w(t)\|_P^2 \, dt} = \frac{\int_0^\infty [y(t)^T S(x(t)) y(t) + u^T(t) Q(x(t)) u(t)]\, dt}{\int_0^\infty \|w(t)\|_P^2 \, dt} =$$
$$= \frac{\int_0^\infty [x^T(t) C^T(x(t)) S(x(t)) C(x(t)) x(t) + u^T(t) Q(x(t)) u(t)]\, dt}{\int_0^\infty w^T(t) P(x(t)) w(t)\, dt} \le \gamma^2, \tag{4}$$

где $\forall\, x \in R^n$ $P(x) > 0$ — симметрическая квадратная матрица порядка p, $\gamma > 0$ — некоторое число. В качестве дополнительного условия рассматривается необходимость выполнения свойства асимптотической устойчивости замкнутой системы «объект-регулятор». Заметим, что важно найти наименьшую величину параметра γ^*, обеспечивающего сохранение требуемых свойств замкнутой системы. Это возможно лишь при одновременном выполнении условий минимизации числителя и максимизации знаменателя выражения (4).

Условие (4) перепишем в форме

$$I(u, w) = \int_0^\infty \left[\|z(t)\|^2 - \gamma^2 \|w(t)\|_P^2 \right] dt =$$
$$= \int_0^\infty \left[x^T(t) C^T(x(t)) S(x(t))\, C\, x(t) + u^T(t) Q(x(t)) u(t) - \gamma^2 w^T(t) P(x(t)) w(t) \right] dt \le 0. \tag{5}$$

Это означает, что требуется обеспечить выполнение неравенства (5) при минимизации затрат на управление в условиях максимального противодействия внешних воздействий (возмущений).

Достаточные условия существования H_∞ – регуляторов

Предположим, что известна функция $V(x) \in C^1(R^n)$. Определим функцию

$$R(x,u,w) = \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T [f(x) + B_1(x) w + B_2(x) u] + x^T C^T(x) S(x) C(x) x +$$
$$+ u^T Q(x) u - \gamma^2 w^T P(x) w, \tag{6}$$

где $\dfrac{\partial V(x)}{\partial x} = \left(\dfrac{\partial V(x)}{\partial x_1}, \ldots, \dfrac{\partial V(x)}{\partial x_n}\right)^T$.

Теорема. Если существует функция $V(x) \in C^1(R^n)$, удовлетворяющая условиям $V(\mathbf{0}) = 0$ и

$$R(x, u^*(x), w^*(x)) = \min_u \max_w R(x,u,w) = 0 \quad \forall x \in R^n, \tag{7}$$

где

$$u^*(x) = -\frac{1}{2}Q^{-1}(x)B_2^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x}, \quad w^*(x) = \frac{1}{2\gamma^2}P^{-1}(x)B_1^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x}, \tag{8}$$

а функция $V(x)$ определяется решением уравнения с частными производными:

$$\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T f(x) - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} + \\ + \frac{1}{4\gamma^2}\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} + x^T C^T(x)S(x)C(x)x = 0, \tag{9}$$

то условие (4) удовлетворяется.

Доказательство. Предположим, что условия теоремы выполняются. Найдем $\min_u \max_w R(x,u,w)$, применяя необходимые условия безусловного экстремума, поскольку ограничений на переменные u, w не наложено:

$$\frac{\partial R(x,u,w)}{\partial u} = B_2^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} - 2Q(x)u = \mathbf{0},$$

$$\frac{\partial R(x,u,w)}{\partial w} = B_1^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} - 2\gamma^2 P(x)w = \mathbf{0}.$$

Решая матричные уравнения, получаем:

$$u^*(x) = -\frac{1}{2}Q^{-1}(x)B_2^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x}, \quad w^*(x) = \frac{1}{2\gamma^2}P^{-1}(x)B_1^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x},$$

где $u^*(x)$, $w^*(x)$ — структуры управления моделью объекта и внешним воздействием (возмущением).

Так как справедливо $\frac{\partial^2 R(x,u,w)}{\partial u^T \partial u} = 2Q(x) > 0 \ \ \forall x \in R^n$, то достаточные условия минимума по управлению выполняются. Также справедливы достаточные условия, гарантирующие достижение максимума по внешнему воздействию w, поскольку $\frac{\partial^2 R(x,u,w)}{\partial w^T \partial w} = -2\gamma^2 P(x) < 0 \ \ \forall x \in R^n$.

В таком случае:

$$R(x,u,w) = R(x,u^*(x),w^*(x)) - \gamma^2[w - w^*(x)]^T P(x)[w - w^*(x)] + [u - u^*(x)]^T Q(x)[u - u^*(x)].$$

Отсюда получим:

$$R(x,u^*(x),w(x)) \le R(x,u^*(x),w^*(x)) \le R(x,u(x),w^*(x)), \tag{10}$$

т.е. выполняются условия наличия седловой точки.

Предположим, что функция $V(x) \in C^1(R^n)$ удовлетворяет условиям $V(\mathbf{0}) = 0$ и $R(x, u^*(x), w^*(x)) = 0$.

Тогда справедливо соотношение, выполняющееся вдоль траекторий системы (1), а именно:

$$\left(\frac{\partial V(x(t))}{\partial x}\right)^T [f(x(t)) + B_1(x(t))w(x(t)) + B_2(x(t))u(x(t))] + \|z(t)\|^2 - \gamma^2\|w(t)\|_P^2 =$$

$$= \frac{dV(x(t))}{dt} + \|z(t)\|^2 - \gamma^2\|w(t)\|_P^2 = \underbrace{R(x(t),u^*(x(t)),w^*(x(t)))}_{0} -$$

$$-\gamma^2[w(t) - w^*(x(t))]^T P(x(t))[w(t) - w^*(x(t))] + [u(t) - u^*(x(t))]^T Q(x(t))[u(t) - u^*(x(t))].$$

При $u = u^*(x)$ перепишем левую часть неравенства (10), т.е. $R(x,u^*(x),w(x)) \le \underbrace{R(x,u^*(x),w^*(x))}_{0}$, в виде:

$$\frac{dV(x(t))}{dt} + \|z(t)\|^2 - \gamma^2\|w(t)\|_P^2 \le 0.$$

Проинтегрировав левую и правую части полученного неравенства на промежутке времени от 0 до t_1, получим:

$$V(x(t_1)) - V(x(0)) + \int_0^{t_1}\|z(t)\|^2\,dt - \gamma^2\int_0^{t_1}\|w(t)\|_P^2 \le 0.$$

Так как требуется обеспечить выполнение условия асимптотической устойчивости замкнутой системы, то $x(t_1) \to \mathbf{0}$ при $t_1 \to +\infty$, поэтому $V(x(t_1)) \to V(\mathbf{0}) = 0$. Поскольку $x(0) = 0$ то $V(x(0)) \to V(\mathbf{0}) = 0$. Отсюда можно сделать вывод о том, что при $t_1 \to +\infty$ справедливо неравенство:

$$\int_0^\infty \|z(t)\|^2\, dt \le \gamma^2 \int_0^\infty \|w(t)\|_P^2 dt,$$

свидетельствующее о выполнении условия (4), что и требовалось доказать.

В качестве замечания подчеркнем, что при выполнении условий $P(x) = E$, $\int_0^\infty \|w(t)\|^2\, dt \le 1$, т.е. ограниченности энергии внешних воздействий, справедливо неравенство вида $\int_0^\infty \|z(t)\|^2 dt \le \gamma^2$.

Приближенный синтез H∞ – регуляторов по состоянию методом SDRE

Вследствие нелинейности уравнения (9) и трудностей в получении его решения, для дальнейшего анализа применяется метод, основанный на алгебраическом уравнении Риккати с коэффициентами, зависящими от вектора состояния [15].

В результате применения операции факторизации получим нелинейную систему, преобразованную к структуре, похожей на линейную, с матрицами, зависящими от вектора состояния.

Известно [16], что если $f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ и $f(x) \in C^1(R^n)$, то существует матричная функция $A(x)$, такая что:

$$f(x) = A(x)x. \tag{11}$$

Замечания

1. Процедура факторизации для $n = 1$ единственная $\forall x \ne \mathbf{0}$, т.е. $A(x) = f(x) / x = a(x)$.

2. При $n > 1$ процедура факторизации дает неединственный результат [16]. Например, при $n = 2$ имеются, по крайней мере, два варианта: $f(x) = A_1(x)x$ и $f(x) = A_2(x)x$, т.е. для системы вида:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix} + B_1(x)w + B_2(x)u\,.$$

Получаем:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dfrac{f_1(x)}{x_1} & 0 \\ \dfrac{f_2(x)}{x_1} & 0 \end{pmatrix}}_{A_1(x)} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + B_1(x)w + B_2(x)u \text{ или } \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & \dfrac{f_1(x)}{x_2} \\ 0 & \dfrac{f_2(x)}{x_2} \end{pmatrix}}_{A_2(x)} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + B_1(x)w + B_2(x)u.$$

3. Если имеются два варианта параметризации, т.е. $f(x) = A_1(x)x = A_2(x)x$, то имеется бесконечное семейство вариантов вида [16]: $A(x, \alpha) = \alpha A_1(x) + (1 - \alpha)A_2(x)\ \forall\alpha$. Выбор параметра α позволяет обеспечить гибкость при проектировании системы управления. Решение уравнения Риккати и соответствующее управление становятся функциями этого параметра.

В результате факторизации математическая модель системы (1) принимает вид:

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B_1(x(t))w(t) + B_2(x(t))u(t), \quad x(0) = \mathbf{0}. \tag{12}$$

На траекториях системы (12) задан функционал (5).

Предполагается, что система (12) является управляемой и наблюдаемой, т.е. $\forall x \in R^n$ поточечно выполняются условия [16]:

$$\mathrm{rg}[B_2(x)\ \ A(x)B_2(x)\ \dots\ A^{n-1}(x)B_2(x)] = n\,,$$

$$\mathrm{rg}[C^T(x)\ \ A^T(x)C^T(x)\ \dots\ (A^T(x))^{n-1}C^T(x)] = n\,.$$

Уравнение (9) принимает вид:

$$\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T A(x)x - \frac{1}{4}\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} + \\ + \frac{1}{4\gamma^2}\left(\frac{\partial V(x)}{\partial x}\right)^T B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} + x^T C^T(x)S(x)C(x)x = 0. \tag{13}$$

Предположим, что:

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} = 2K_2(x)x, \tag{14}$$

где $K_2(x) > 0$ — неизвестная матричная функция (при фиксированном $x \in R^n$ матрица $K_2(x)$ является симметрической положительно определенной числовой матрицей). Таким образом, делается предположение не о виде функции $V(x)$, а только о структуре ее частной производной.

Тогда структуры управления объектом и возмущением принимают вид:

$$u^*(x) = -\frac{1}{2}Q^{-1}(x)B_2^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} = -Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x)x,$$
$$w^*(x) = \frac{1}{2\gamma^2}P^{-1}(x)B_1^T(x)\frac{\partial V(x)}{\partial x} = \frac{1}{\gamma^2}P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x)x. \quad (15)$$

Уравнение (13) принимает вид:

$$2x^T K_2(x)A(x)x - x^T K_2(x)B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x)x +$$
$$+\frac{1}{\gamma^2}x^T K_2(x)B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x)x + x^T C^T(x)S(x)C(x)x = 0,$$

или

$$x^T[2K_2(x)A(x) - K_2(x)B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x) + \frac{1}{\gamma^2}K_2(x)B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x) + C^T(x)S(x)C(x)]x = 0.$$

Применяя операцию транспонирования, получаем:

$$x^T[2A^T(x)K_2(x) - K_2(x)B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x) + \frac{1}{\gamma^2}K_2(x)B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x) + C^T(x)S(x)C(x)]x = 0.$$

Суммируя два последних выражения, приходим к равенству:

$$x^T[2K_2(x)A(x) + 2A^T(x)K_2(x) - 2K_2(x)B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x) +$$
$$+\frac{2}{\gamma^2}K_2(x)B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x) + 2C^T(x)S(x)C(x)]x = 0,$$

или окончательно:

$$x^T[K_2(x)A(x) + A^T(x)K_2(x) - K_2(x)B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x) +$$
$$+\frac{1}{\gamma^2}K_2(x)B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x) + C^T(x)S(x)C(x)]x = 0. \quad (16)$$

Заметим, что в силу зависимости всех матриц от вектора состояния, из (16) не следует равенство нулевой матрице выражения в квадратных скобках.

По аналогии со случаем линейной стационарной системы предлагается решать алгебраическое уравнение Риккати, все матрицы в котором являются функциями вектора состояния системы (State Dependent Riccati Equation, SDRE). При этом ищется положительно определенное решение уравнения Риккати, порождающее закон управления, гарантирующий то, что система будет асимптотически устойчива в окрестности положения равновесия. Для проверки этого свойства используется критерий устойчивости по корням характеристического уравнения, проверяемый поточечно, или критерий Рауса-Гурвица.

В рассматриваемой задаче предлагается решать уравнение:

$$K_2(x)A(x) + A^T(x)K_2(x) - K_2(x)[B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x) - \frac{1}{\gamma^2}B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)]K_2(x) + C^T(x)S(x)C(x) = O, \quad (17)$$

т.е. искать матрицу $K_2(x) > 0$, которая удовлетворяет уравнению Риккати, коэффициенты которого зависят от x. Уравнение (17) решается многократно при фиксированном $x \in R^n$. Координаты вектора состояния определяются в процессе интегрирования дифференциального уравнения (12) совместно с управлениями объектом и возмущениями:

$$u^*(x) = -Q^{-1}(x)B_2^T(x)K_2(x)x, \; w^*(x) = \frac{1}{\gamma^2}P^{-1}(x)B_1^T(x)K_2(x)x. \quad (18)$$

При этом решение уравнения Риккати должно быть таким, чтобы удовлетворялся критерий $\sigma\{A(x) + [\frac{1}{\gamma^2}B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x) - B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x)]K_2(x)\} \subset C^- \;\; \forall x \in R^n$, где σ — спектр матрицы, C^- — открытая левая полуплоскость комплексной плоскости. Заметим, что критерий устойчивости замкнутой системы можно заменить проверкой поточечного выполнения критерия Рауса-Гурвица.

Алгоритм приближенного синтеза H∞ – регуляторов по состоянию

Шаг 1. Задать параметр $\gamma > 0$.

Шаг 2. Найти решение уравнения

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B_1(x(t))w(t) + B_2(x(t))u(t), \;\; x(0) = \mathbf{0},$$

с управлениями

$$u(t) = u^*(x(t)) = -Q^{-1}(x(t))B_2^T(x(t))K_2(x(t))\,x(t),$$
$$w(t) = w^*(x(t)) = \frac{1}{\gamma^2}P^{-1}(x(t))B_1^T(x(t))K_2(x(t))\,x(t),$$

одним из численных методов интегрирования с постоянным шагом h (явным методом Эйлера, методом Эйлера–Коши, методами Адамса–Бэшфорта, Милна, Хэмминга различных порядков).

При этом для каждого из дискретных моментов времени $t_i = ih$, $i = 0, 1, 2, \ldots$ решить уравнение Риккати:

$$K_2(x)A(x) + A^T(x)K_2(x) - K_2(x)[B_2(x)Q^{-1}(x)B_2^T(x) - \frac{1}{\gamma^2}B_1(x)P^{-1}(x)B_1^T(x)]K_2(x) + C^T(x)S(x)C(x) = O,$$

при $x = x(t_i)$. В результате найти матрицу $K_2(x)$ и использовать ее при формировании законов управления.

Шаг 3. Найти минимальное γ^*. Для этого требуется последовательно уменьшать γ пока свойство устойчивости решений дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = [A(x(t)) + \frac{1}{\gamma^2}B_1(x(t))P^{-1}(x(t))B_1^T(x(t)) - B_2(x(t))Q^{-1}(x(t))B_2^T(x(t))]K_2(x(t))\,x(t),$$

описывающего динамику системы с полученными управлениями, остается справедливым.

Результаты исследования. Для проверки эффективности предложенного приближенного алгоритма синтеза H∞ – регуляторов по состоянию решены два модельных примера.

Модельный пример №1. Рассмотрен одномерный случай, когда уравнения (1), (2) и функционал (5) имеют вид:

$$\dot{x}(t) = f(x) + B_1(x)w + B_2(x)u = A(x)x + B_1(x)w + B_2(x)u,$$

$$y = C(x)x,$$

$$I = \int_0^\infty [S(x(t))x^2(t) + Q(x(t))u^2(t) - \gamma^2 P(x(t))w^2(t)]\,dt.$$

Решение. Структуры управления следуют из (18):

$$u^*(x) = -\frac{1}{Q(x)}B_2(x)K_2(x)x,\ u^*(x) = -\frac{1}{Q(x)}B_2(x)K_2(x)x,$$

а уравнение (17) имеет форму:

$$2A(x)K_2(x) - K_2^2(x)\left[\frac{B_2^2(x)}{Q(x)} - \frac{1}{\gamma^2 P(x)}B_1^2(x)\right] + C^2(x)S(x) = 0.$$

Запишем полученное квадратное уравнение в канонической форме:

$$\left[\frac{B_2^2(x)}{Q(x)} - \frac{1}{\gamma^2 P(x)}B_1^2(x)\right]K_2^2(x) - 2A(x)K_2(x) - C^2(x)S(x) = 0.$$

Решение имеет вид:

$$K_2(x) = \frac{2A(x) \pm \sqrt{4A^2(x) + 4C^2S(x)\left[\frac{B_2^2(x)}{Q(x)} - \frac{1}{\gamma^2 P(x)}B_1^2(x)\right]}}{2\left[\frac{B_2^2(x)}{Q(x)} - \frac{1}{\gamma^2 P(x)}B_1^2(x)\right]}.$$

Поскольку $K_2 > 0$, то:

$$K_2(x) = \frac{A(x) + \sqrt{A^2(x) + C^2S(x)\left[\frac{B_2^2(x)}{Q(x)} - \frac{1}{\gamma^2 P(x)}B_1^2(x)\right]}}{\left[\frac{B_2^2(x)}{Q(x)} - \frac{1}{\gamma^2 P(x)}B_1^2(x)\right]}.$$

Рассмотрим подробнее частный случай:

$$\dot{x}(t) = x - x^3 + w + u = (1 - x^2)x + w + u,$$

$$y = 2x,$$

$$I = \int_0^\infty [x^2(t) + u^2(t) - \gamma^2 w^2(t)]\,dt,$$

где $A(x) = (1 - x^2)$, $B_1(x) = 1$, $B_2(x) = 1$, $C(x) = 2$, $Q(x) = 1$, $S(x) = 1$, $P(x) = 1$.

Тогда (опуская зависимость от x) получаем:

$$2AK_2 - K_2^2\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) + C^2 = 0 \to K_2^2\left(1 - \gamma^{-2}\right) - 2AK_2 - C^2 = 0.$$

Корни квадратного уравнения

$$K_2 = \frac{A \pm \sqrt{A^2 + C^2(1 - \gamma^{-2})}}{1 - \gamma^{-2}},\quad \gamma \ne 1,\quad K_2 = -\frac{C^2}{2A},\quad \gamma = 1.$$

Заметим, что при рассмотрении случая $\gamma \neq 1$ пока невозможно исключить лишние корни, так как $A(x)$ и $(1-\gamma^{-2})$ могут изменять знак.

В результате получаем структуры управления:

$$w^*(x) = \frac{1}{\gamma^2} B_1^T K_2 x = \frac{1}{\gamma^2} K_2 x, \quad u^*(x) = B_2^T K_2 x = -K_2 x.$$

При этом уравнение замкнутой системы имеет вид:

$$\dot{x} = \left[A - (1-\gamma^{-2}) K_2 \right] x = \mp\sqrt{A^2 + C^2(1-\gamma^{-2})}\, x.$$

Для обеспечения асимптотической устойчивости берем знак минус, а в выражении для K_2 — плюс. Для данного примера получаем:

1) если $\gamma \neq 1$, то

$$K_2(x) = \frac{A(x) + \sqrt{A^2(x) + C^2(x)(1-\gamma^{-2})}}{1-\gamma^{-2}} = \frac{1-x^2 + \sqrt{(1-x^2)^2 + 4(1-\gamma^{-2})}}{1-\gamma^{-2}} > 0.$$

2) если функции $A(x)$, $C(x)$ не равны нулю одновременно, то дискриминант $A^2(x) + C^2(x)(1-\gamma^{-2})$.

Тогда

$$A^2(x) + C^2(x) \geq C^2(x)\gamma^{-2}, \quad \gamma^{-2} \leq \frac{A^2(x)+C^2(x)}{C^2(x)}, \quad \gamma^2 \geq \frac{C^2(x)}{A^2(x)+C^2(x)}, \gamma^2_{\min}(x) = \frac{C^2(x)}{A^2(x)+C^2(x)}.$$

Для решаемого примера $\gamma^2_{\min}(x) = \frac{C^2(x)}{A^2(x)+C^2(x)} = \frac{4}{(1-x^2)^2+4}$, т.е. при каждом текущем x имеется свое значение $\gamma^2_{\min}(x)$.

При $\gamma = \gamma_{\min}$ выполняется $x = 0$, $x(0) = 0$ (условие асимптотической устойчивости не выполняется, но справедливо $x(t) \equiv 0$).

При $\gamma = \gamma_{\min}$ имеем

$$K_2(x) = \frac{A(x) + \sqrt{A^2(x) + C^2(x)(1-\gamma^{-2})}}{1-\gamma^{-2}} = \frac{1-x^2 + \sqrt{(1-x^2)^2 + 4(1-\gamma^{-2})}}{1-\gamma^{-2}} > 0, \quad \gamma \neq 1.$$

Если $\gamma = 1$, то $K_2(x) = -\frac{C^2(x)}{2A(x)} = -\frac{4}{2(1-x^2)}$. Для выполнения условия $K_2 > 0$ требуется выполнение условия $A(x) = 1 - x^2 < 0$ задающее множество $|x| < 1$ возможного функционирования системы.

Моделирование. Для моделирования при различных начальных условиях был выбран конечный промежуток времени $T = [0, 20]$, поскольку все переходные процессы в замкнутой системе практически завершаются.

Согласно рис. 1–3, значение вектора состояния асимптотически стремится к нулю для различных начальных условий, что свидетельствует об устойчивости системы и правильном выборе параметров, при которых система сохраняет свойство устойчивости при любых заданных ограниченных возмущениях.

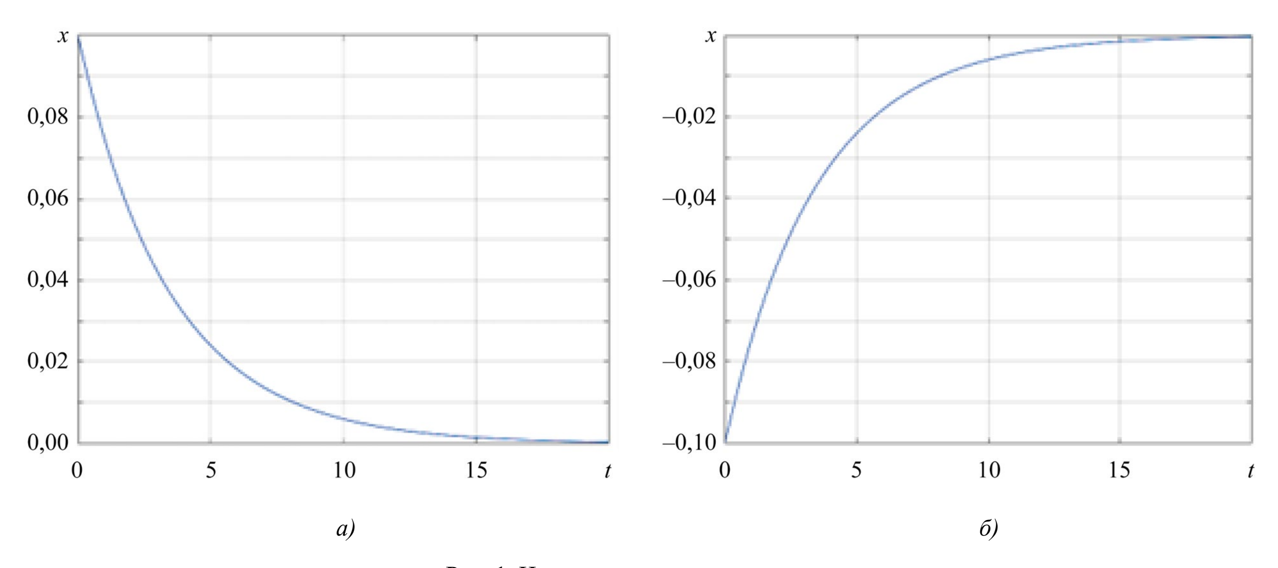


Рис. 1. Изменение вектора состояния:
а — для начального состояния $x_0 = 0{,}1$; *б* — для начального состояния $x_0 = -0{,}1$

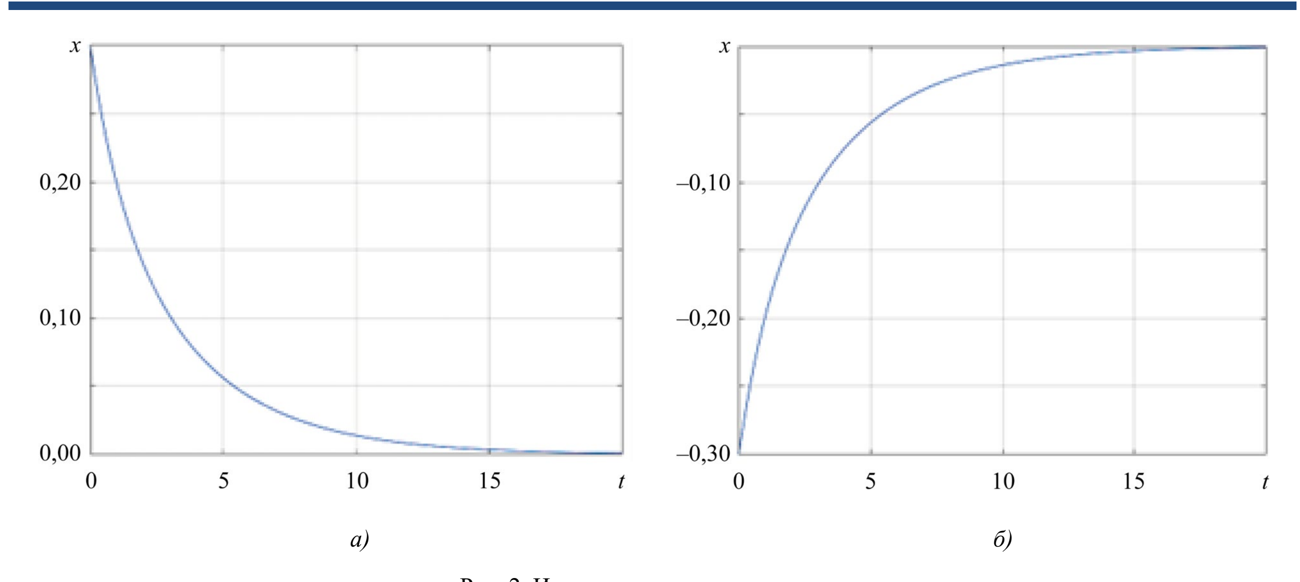


Рис. 2. Изменение вектора состояния:
а — для начального состояния $x_0 = 0{,}3$; *б* — для начального состояния $x_0 = -0{,}3$

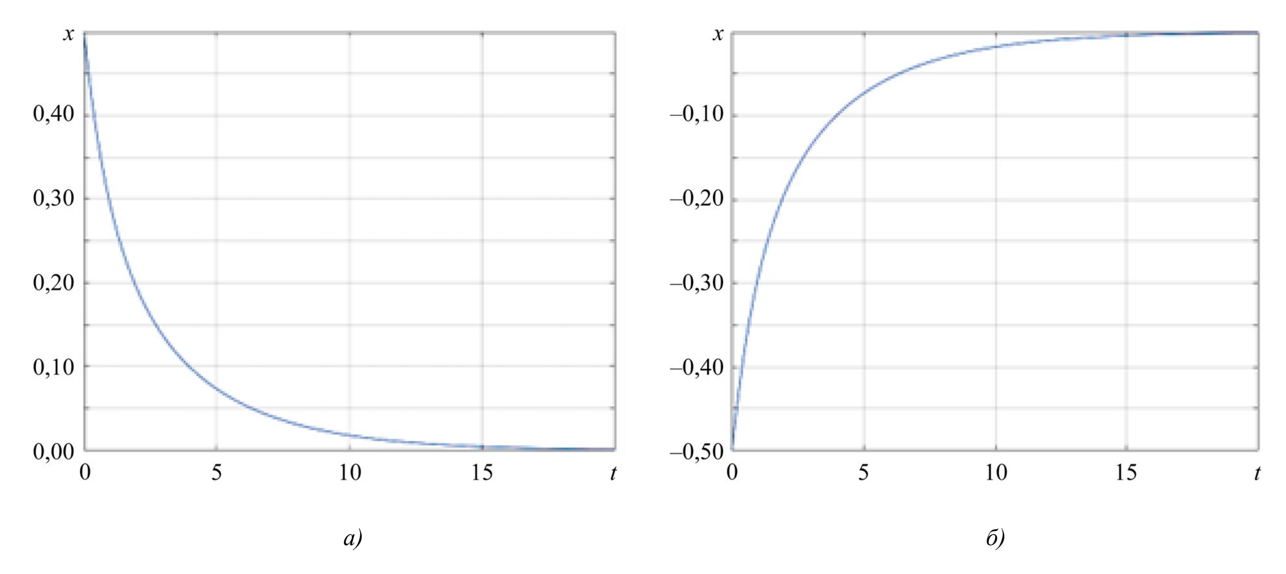


Рис. 3. Изменение вектора состояния:
а — для начального состояния $x_0 = 0{,}5$; *б* — для начального состояния $x_0 = -0{,}5$

Модельный пример № 2. Рассмотрен один из вариантов двумерного случая, когда уравнения (1), (2) и функционал (5) имеют вид:

$$\dot{x}(t) = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ x_1 & 0 \end{pmatrix}}_{A(x)} x(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B_1(x)} w(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B_2(x)} u(t),$$

$$y(t) = x(t),$$

$$I(u,w) = \int\limits_0^\infty \left[x^T(t)\, x(t) + u^2(t) - \gamma^2 w^2(t) \right] dt \le 0,$$

т.е. $C(x) = E_2$, $S(x) = E_2$, $Q(x) = 1$, $P(x) = 1$.

Решение. Структуры управления объектом и возмущением следуют из (18):

$$u^*(x) = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{11}(x) & K_{12}(x) \\ K_{12}(x) & K_{22}(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = -K_{12}(x) x_1 - K_{22}(x) x_2,$$

$$w^*(x) = \frac{1}{\gamma^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{11}(x) & K_{12}(x) \\ K_{12}(x) & K_{22}(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{\gamma^2} \left[K_{12}(x) x_1 + K_{22}(x) x_2 \right],$$

и уравнение (17) имеет форму:

$$\begin{pmatrix} K_{11}(x) & K_{12}(x) \\ K_{12}(x) & K_{22}(x) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ x_1 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & x_1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} K_{11}(x) & K_{12}(x) \\ K_{12}(x) & K_{22}(x) \end{pmatrix}-$$

$$-\begin{pmatrix} K_{11}(x) & K_{12}(x) \\ K_{12}(x) & K_{22}(x) \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}-\frac{1}{\gamma^2}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} K_{11}(x) & K_{12}(x) \\ K_{12}(x) & K_{22}(x) \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$2K_{12}x_1-\delta K_{12}^2+1=0,$$
$$K_{11}+K_{22}x_1-\delta K_{12}K_{22}=0,$$
$$2K_{12}-\delta K_{22}^2+1=0,$$

где $\delta=\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}=1-\gamma^{-2}$.

Решение первого уравнения $\delta K_{12}^2-K_{12}x_1-1=0$ имеет вид:

$$K_{12}=\frac{2x_1\pm\sqrt{4x_1^2+4\delta}}{2\delta}=\frac{x_1\pm\sqrt{x_1^2+\delta}}{\delta}.$$

Решение третьего уравнения:

$$K_{22}=\sqrt{\frac{2K_{12}+1}{\delta}}=\sqrt{\frac{2x_1+\delta\pm2\sqrt{x_1^2+\delta}}{\delta^2}}.$$

Решение второго уравнения:

$$K_{11}=K_{22}(\delta K_{12}-x_1)=\sqrt{\frac{2x_1+\delta\pm2\sqrt{x_1^2+\delta}}{\delta^2}}\pm\sqrt{x_1^2+\delta}.$$

В полученных решениях выбраны положительные знаки с учетом условия $K_2>0$.

Моделирование. Для моделирования системы требуется подобрать такое минимально возможное значение γ, чтобы оно удовлетворяло (4) и в то же время гарантировало асимптотическую устойчивость замкнутой системы. В примере 1 аналитически была найдена величина параметра γ, но возникла проблема с определением значения оптимального параметра γ^*, поэтому значение γ, используемое при моделировании, было выбрано экспериментально. При $\gamma^*=1{,}5$ сохраняется устойчивость системы согласно выражению (19). Для моделирования был выбран интервал времени $T=[0,\ 10]$, так как переходные процессы в замкнутой системе затухают достаточно быстро. Моделирование проводилось для различных начальных условий.

Согласно рис. 4–5, можно сделать вывод, что координаты вектора состояния асимптотически стремятся к нулю. Данный результат наблюдается для каждого из рассмотренных начальных условий. Это свидетельствует о том, что система устойчива, а ее параметры подобраны корректно, что позволяет сохранять свойство устойчивости при любых начальных условиях и в условиях наихудших возмущений.

Начальные условия существенно влияют на траектории изменения координат вектора состояния, но из рис. 4–5 видно, что предложенный подход позволяет не только компенсировать внешние возмущения, но и стабилизировать траекторию движения.

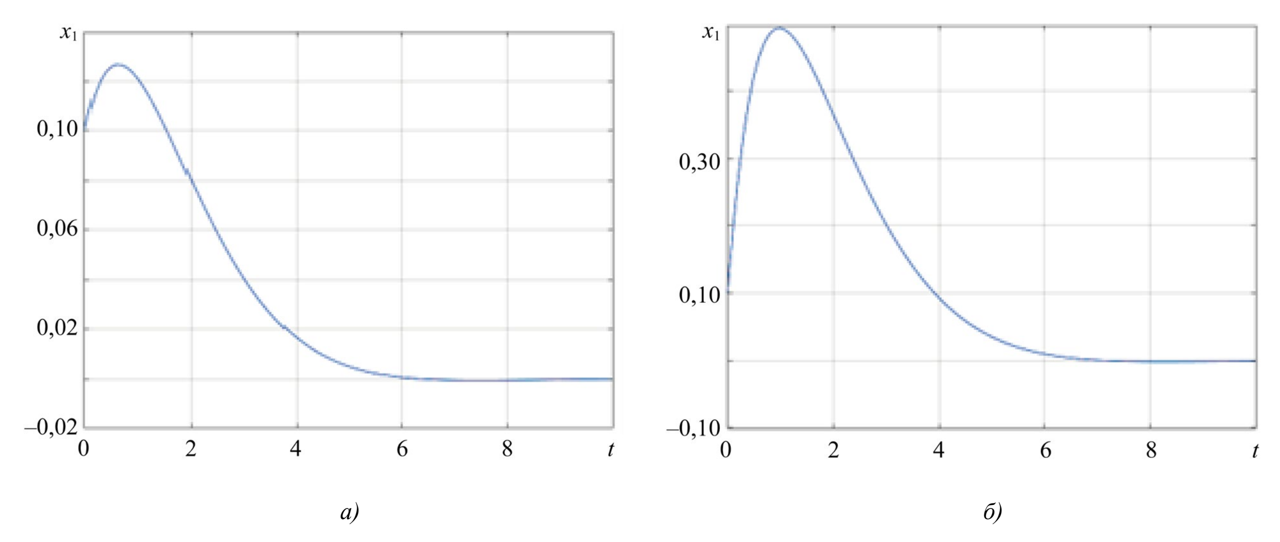


Рис. 4. Изменение $x_1(t)$:
а — для начального состояния $x_0=(0{,}1;\ 0{,}1)^T$; *б* — для начального состояния $x_0=(0{,}1;\ 1)^T$

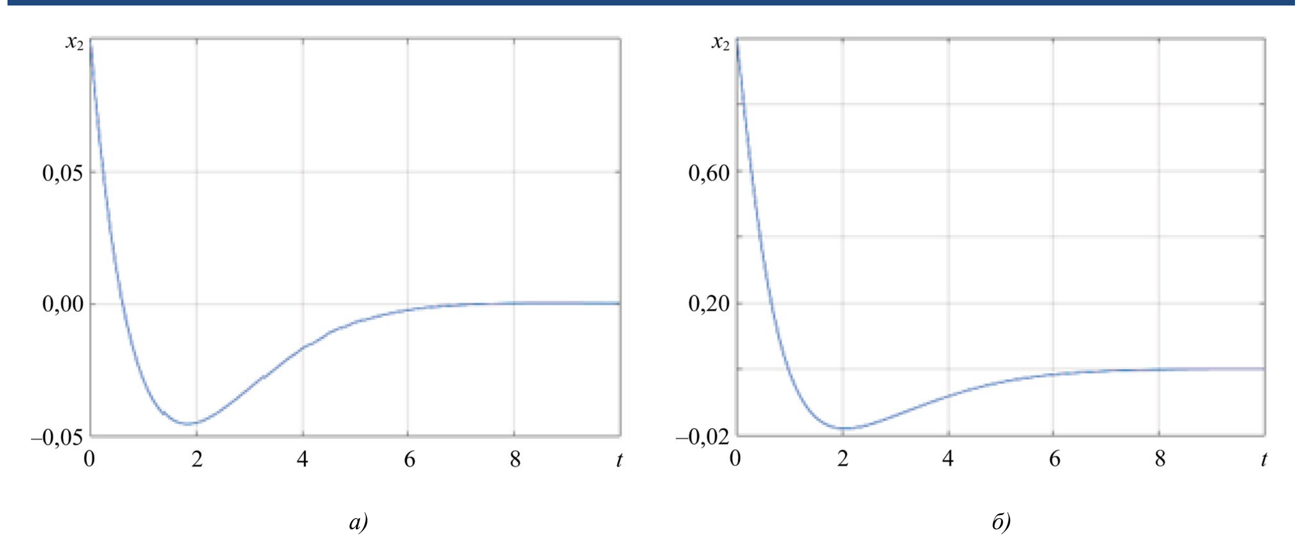


Рис. 5. Изменение $x_2(t)$:
а — для начального состояния $x_0 = (1;\, 0{,}1)^T$; *б* — для начального состояния $x_0 = (1;\, 1)^T$

Обсуждение и заключение. В результате работы были сформулированы и обоснованы достаточные условия H∞ – управления, предложен приближенный метод решения. Предложенный в рамках задачи метод был проверен на двух модельных примерах. Результаты моделирования позволяют заключить, что использование разработанного метода синтеза регулятора гарантирует необходимое качество переходных процессов и обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутых систем.

Результаты и методы, предложенные в данной работе, могут быть применены для решения задач управления различной сложности — от проектирования простых автопилотов до разработки сложных систем автоматической навигации для пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов. Это подчеркивает перспективность использования предложенного подхода и делает его привлекательным вариантом для дальнейших исследований.

Список литературы / References

1. Курдюков А.П., Андрианова О.Г., Белов А.А., Гольдин Д.А. Между LQG/H2 и H∞ теориями управления. *Автоматика и телемеханика*. 2021;(4):8–76. https://doi.org/10.31857/S0005231021040024

Kurdyukov AP, Andrianova OG, Belov AA, Gol'din DA. In between the LQG/H2- and H∞-Control Theories. *Automation and Remote Control*. 2021(4):8–76. https://doi.org/10.31857/S0005231021040024

2. Wanigasekara C, Liruo Zhang, Swain A. H∞ State-Feedback Consensus of Linear Multi-Agent Systems. In: *Proc. 17th International Conference on Control & Automation*. Piscataway, NJ: IEEE *Xplore*; 2022. P. 710–715. https://doi.org/10.1109/ICCA54724.2022.9831897

3. Banavar RN, Speyer JL. A Linear-Quadratic Game Approach to Estimation and Smoothing. In: *Proc. the American Control Conference.* New York City: IEEE; 1991. P. 2818–2822. https://doi.org/10.23919/ACC.1991.4791915

4. Chodnicki M, Pietruszewski P, Wesołowski M, Stępień S. Finite-Time SDRE Control of F16 Aircraft Dynamics. *Archives of Control Sciences*. 2022;32(3):557–576. https://doi.org/10.24425/acs.2022.142848

5. Panteleev A, Yakovleva A. Approximate Methods of H-infinity Control of Nonlinear Dynamic Systems Output. *MATEC Web of Conferences. XXII International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems (CMMASS 2021).* 2022;362:012021. https://doi.org/10.1051/matecconf/202236201021

6. Hamza A, Mohamed AH, Badawy A. Robust H-infinity Control for a Quadrotor UAV. *AIAA SCITECH 2022 Forum.* Reston, VA: AIAA; 2022. https://doi.org/10.2514/6.2022-2033

7. Fei Han, Qianqian He, Yanhua Song, Jinbo Song. Outlier-Resistant Observer-Based H∞ – Consensus Control for Multi-Rate Multi-Agent Systems. *Journal of the Franklin Institute*. 2021;358(17):8914–8928. https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2021.08.048

8. Junfeng Long, Wenye Yu, Quanyi Li, Zirui Wang, Dahua Lin, Jiangmiao Pang. Learning H-Infinity Locomotion Control. *A rXiv preprint arXiv.* 2024;2404:14405. https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.14405

9. Fayin Chen, Wei Xue, Yong Tang, Tao Wang. A Comparative Research of Control System Design Based on H-Infinity and ALQR for the Liquid Rocket Engine of Variable Thrust. *International Journal of Aerospace Engineering.* 2023;(2):1–12. https://doi.org/10.1155/2023/2155528

10. Yazdkhasti S, Sabzevari D, Sasiadek JZ. Adaptive H-infinity Extended Kalman Filtering for a Navigation System in Presence of High Uncertainties. *Transactions of the Institute of Measurement and Control.* 2022;45(8):1430–1442. https://doi.org/10.1177/01423312221136022

11. Balandin DV, Biryukov RS, Kogan MM. Multicriteria Optimization of Induced Norms of Linear Operators: Primal and Dual Control and Filtering Problems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2022;61(2):176–190. http://doi.org/10.1134/S1064230722020046

12. Aalipour A, Khani A. Data-Driven H-infinity Control with a Real-Time and Efficient Reinforcement Learning Algorithm: An Application to Autonomous Mobility-on-Demand Systems. *arXiv:2309.08880.* https://doi.org/10.48550/ARXIV.2309.08880

13. Panteleev AV, Yakovleva AA. Sufficient Conditions for H-infinity Control on the Finite Time Interval. *Journal of Physics: Conference Series.* 2021;1925:012024. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1925/1/012024

14. Panteleev AV, Yakovleva AA. Sufficient Conditions for the Existence of H∝-infinity State Observer for Linear Continuous Dynamical Systems. *Modelling and Data Analysis.* 2023;13(2):36–63. https://doi.org/10.17759/mda.2023130202

15. Çimen T. State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey. *IFAC Proceedings Volumes*. 2008;41(2):3761–3775. https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.00635

16. Cloutier JR, D'Souza CN, Mracek CP. Nonlinear Regulation and Nonlinear H∞ Control via the State-Dependent Riccati Equation Technique: Part 1, Theory. In: *Proc. International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*. Daytona Beach, FL: Embry-Riddle Aeronautical University Press; 1996. P. 117–131. URL: https://clck.ru/3M4kki (accessed: 04.02.2025).

Об авторах:

Андрей Владимирович Пантелеев, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий, кафедра «Математическая кибернетика» института информационных технологий и прикладной математики, Московского авиационного института (национальный исследовательский университет) (125993, Российская Федерация, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4), SPIN-код, ORCID, ScopusID, avpanteleev@inbox.ru

Александра Алексеевна Яковлева, аспирант, кафедра «Математическая кибернетика» Московского авиационного института (национальный исследовательский университет), (125993, Российская Федерация, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4), SPIN-код, ORCID, ScopusID, ayakovleva982@gmail.com

Заявленный вклад авторов:

А.В. Пантелеев: разработка концепции, научное руководство, разработка методологии, написание рукописи.

А.А. Яковлева: разработка методологии и программного обеспечения, написание черновика рукописи, визуализация.

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Andrei V. Panteleev, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Full Professor, Head of the Department of Mathematical Cybernetics, Institute of Information Technology and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (4, Volokolamskoe Shosse, Moscow, 125993, Russian Federation), SPIN-code, ScopusID, ORCID, avpanteleev@inbox.ru

Aleksandra A. Yakovleva, Postgraduate Student of the Department of Mathematical Cybernetics, Institute of Information Technology and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (4, Volokolamskoe Shosse, Moscow, 125993, Russian Federation), SPIN-code, ScopusID, ORCID, ayakovleva982@gmail.com

Claimed Contributorship:

AV Panteleev: conceptualization, supervision, methodology, writing – review & editing.
AA Yakovleva: methodology, software, writing – original draft preparation, visualization.

Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 30.04.2025
Поступила после рецензирования / Reviewed 24.05.2025
Принята к публикации / Accepted 28.05.2025